

Macchina sincrona

La coppia della macchina sincrona è data dal rapporto tra potenza attiva e velocità angolare di rotazione del rotore:

$$C = \frac{3 E_{i0} I \cos \Phi}{\omega_r}$$

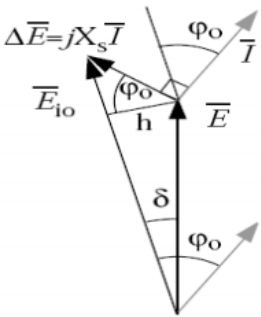
Dove abbiamo inserito 3 poiché abbiamo una macchina trifase. Analizziamo nel diagramma fasoriale, che rappresenta la condizione di funzionamento generica, la quantità $I \cos(\Phi)$ (I corrente subita dal carico, Φ angolo derivante dallo sfasamento in corso dell'impedenza di carico). Dalla

trigonometria possiamo osservare che $X_s I \cos \Phi = h \cong E \sin \delta$ dato che la differenza tra i due fasori (E ed E_{i0}) è molto piccola. In questo modo l'espressione della coppia diventerà:

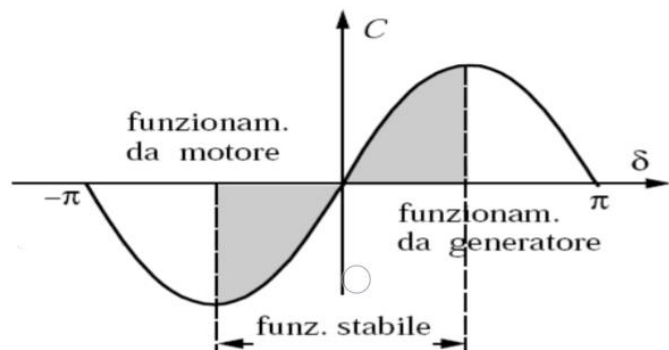
$$C \cong \frac{3 E_{i0} E}{\omega_r X_s} \sin \delta$$

La coppia non è più espressa in funzione dell'angolo di sfasamento imposto dal carico ma in funzione dell'angolo di sfasamento imposto dalle forze elettromotrici.

La zona di funzionamento stabile della macchina per quanto riguarda δ è tra $-\frac{\pi}{2}$ e

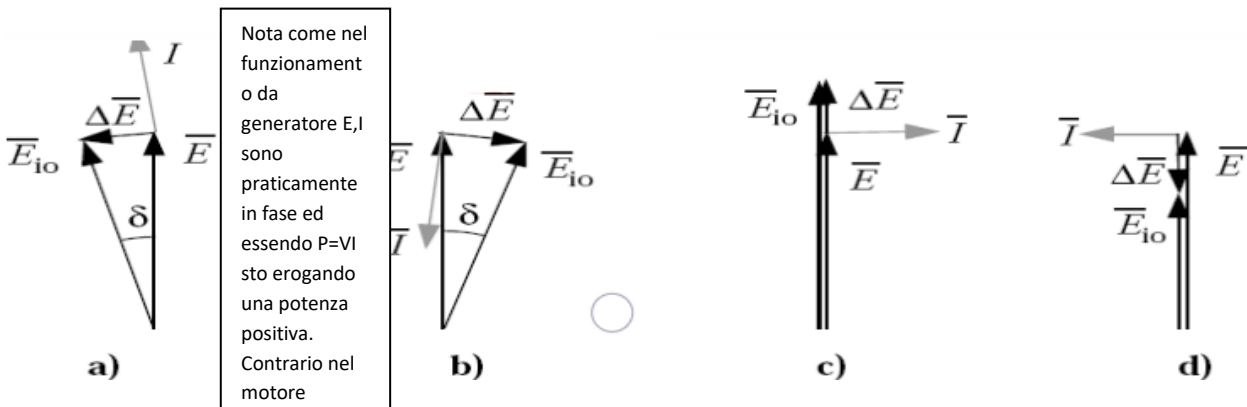


$\frac{\pi}{2}$.



La macchina funziona da generatore nella zona positiva mentre funziona da motore nella zona negativa.

Particolarità della macchina sincrona



Nei diagrammi fasoriali **c** e **d** notiamo che l'angolo δ di sfasamento è 0, quindi non c'è coppia: la macchina non fornisce né assorbe potenza dal mondo esterno. C'è però una corrente e una risultante della differenza tra le due forze elettromotrici: la macchina scambia con la rete (unicamente) potenza reattiva! Non immette

ne assorbe potenza attiva: infatti abbiamo coppia nulla. Se regoliamo la corrente di eccitazione dell'avvolgimento rotorico posso regolare a piacimento la quantità di potenza reattiva che la macchina scambia con la rete, poiché io vado a regolare la differenza tra le due forze elettromotrici.

La macchina può unicamente scambiare potenza reattiva con la rete: si può comportare nella rete come induttore (assorbire potenza reattiva, ovvero erogare potenza reattiva negativa) o come condensatore (assorbire potenza reattiva negativa, ovvero generare potenza reattiva). Questa è la grandezza di questa macchina, con la quale si produce la maggior parte di energia elettrica e viene garantita la stabilità di funzionamento del sistema elettrico nazionale.

Il diagramma fasoriale **a** riporta un funzionamento da generatore, lo vedo dal fatto che le forze elettromotrici e la corrente sono in fase, a parte un piccolo angolo (ho usato la convenzione dei generatori, $P=VI$). Il diagramma fasoriale **b** riporta un funzionamento da motore (corrente e fem non sono in fase e danno potenza negativa, $P=-VI$). In entrambi i casi abbiamo però uno scambio di potenza reattiva che verifichiamo dal fatto che la corrente non è perfettamente in fase con la forza elettromotrice, ma formano un angolo.

Il motore sincrono trifase non si avvia spontaneamente: per scambiare potenza sulla rete è necessario che ci sia sincronismo tra il campo magnetico rotante rotorico e la reazione di indotto statorico affinché avvenga il trasferimento di potenza. Possiamo utilizzare un motore primo per portare la macchina a questa velocità per poi chiudere l'interruttore in parallelo e iniziare a funzionare, o applicare un inverter che consente di regolare la frequenza di alimentazione da 0 al valore di rete (50 Hz).

Compensatore sincrono

Nella rete elettrica nazionale viene prodotta localmente (esempio da fotovoltaici) potenza attiva ma non quella reattiva, se (non?) immetto potenza reattiva perdo il controllo della tensione, che salendo in tutti i nodi della rete potrebbe causare dei guasti.

ESEMPIO DI APPLICAZIONE: quando in una grande rete si immette solo potenza attiva e non potenza reattiva, questa tende a scaricarsi, se la immaginiamo come un grande condensatore, ovvero qualcosa che immette solo potenza reattiva; ma quando immetto solo potenza reattiva perdo il controllo della tensione perché la tensione tende a salire nei nodi della rete e nascono i guasti. Il compensatore sincrono, disposto nella rete in modo adeguato, consente di regolare a nostro piacimento la potenza reattiva. Ovvero se ho troppa potenza reattiva data dal fatto che la rete è scarica, e quindi si sta comportando come un generatore, allora diseccito la macchina, ovvero riduco l'eccitazione del campo magnetico rotante senza scambiare potenza attiva alla rete (l'unica potenza attiva che scambio è quella necessaria per bilanciare le perdite interne della macchina), quindi la sto facendo comportare come un induttore, assorbe potenza reattiva e abbassa il valore della tensione. Al contrario in giorni in cui il carico potrebbe essere particolarmente elevato, possiamo usare queste macchine per rifasare localmente.

Un'altra funzione importante di questa macchina è il suo utilizzo in un ambiente in cui si produca energia (localmente senza essere connessi al sistema elettrico) attraverso un fotovoltaico, che non soddisfa il fabbisogno della potenza reattiva. Mediante l'inserimento di un compensatore sincrono, si riesce a erogare la potenza reattiva necessaria e regolare la tensione. (un altro campo di utilizzo potrà diventare quello delle smart grids) Attualmente nella rete italiana questi dispositivi sono accoppiati a dei volani in modo da conferire un'inerzia meccanica al sistema in modo da rendere stabile il sistema. Possiamo usare gli inverter, che hanno tempo di reazione istantaneo, ma se sono distanti dal punto di intervento ci mettono tempo,

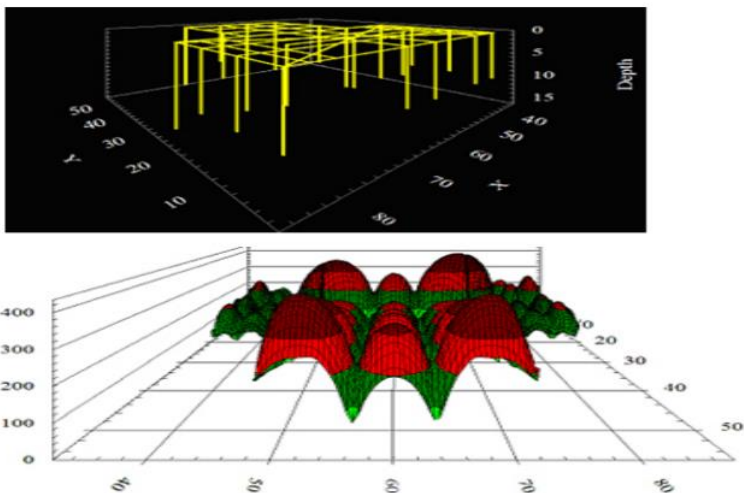
questo potrebbe portare instabilità al sistema, mentre il compensatore sincrono dotato di volano è in grado di introdurre l'inerzia naturale in modo da riequilibrare il sistema in pochi secondi in modo unidirezionale, senza oscillazioni, senza creare instabilità.

Domanda sui diagrammi fasoriali

Immaginiamo di partire dalla condizione di funzionamento di parallelo della macchina alla rete (significa che allo statore ho la stessa tensione della tensione di rete), per la quale i due fasori E e E_{10} sono uguali e in parallelo. In questa condizione la macchina può funzionare da motore e da generatore, scelgo la seconda. Apro quindi il distributore del motore primo (quello che tiene in rotazione il rotore della macchina) e gli do più coppia. All'interno della macchina dal punto di vista elettromagnetico, il campo magnetico rotante associato all'avvolgimento rotorico accelera rispetto al campo magnetico sincrono della rete (sarebbe la reaz di indotto che produce un CMR a 314 rad/s): avrò quindi un $\Delta\omega$ in più (dovuto all'apporto del motore primo), la forza elettromotrice indotta all'interno dell'elemento statorico accelera rispetto alla tensione di rete. Nel diagramma fasoriale a possiamo vedere E_{10} che anticipa E di ΔE . Questa causa quindi il passaggio della corrente all'interno dell'avvolgimento che a sua volta causa una reazione di indotto che si oppone all'incremento di velocità (la causa generatrice). Ad un certo punto avremo un equilibrio tra l'aumento della reazione di indotto e lo spostamento del fasore della forza elettromotrice indotta, e ci troveremo nella configurazione a (nota, prima del raggiungimento della condizione di equilibrio, non potremmo rappresentare nulla sul diagramma fasoriale, perché ci troviamo a frequenze diverse) quindi alla velocità originale. (l'accelerazione che avevamo imposto fa circolare una corrente che ripristina la velocità originaria, perché la reazione di indotto tende a frenare la macchina fino al raggiungimento di un nuovo equilibrio) Quindi una piccola alterazione di questo stato porta a far "perdere il passo" alla macchina asincrona, che dovrà essere fermata al più presto.

Impianto di terra

Componente riguardante i sistemi elettrici di bassa tensione, ma possiamo trovarlo anche per la media e alta tensione. È fondamentale sia per il funzionamento dei sistemi elettrici sia per la sicurezza delle persone che utilizzano i sistemi elettrici in bassa tensione.



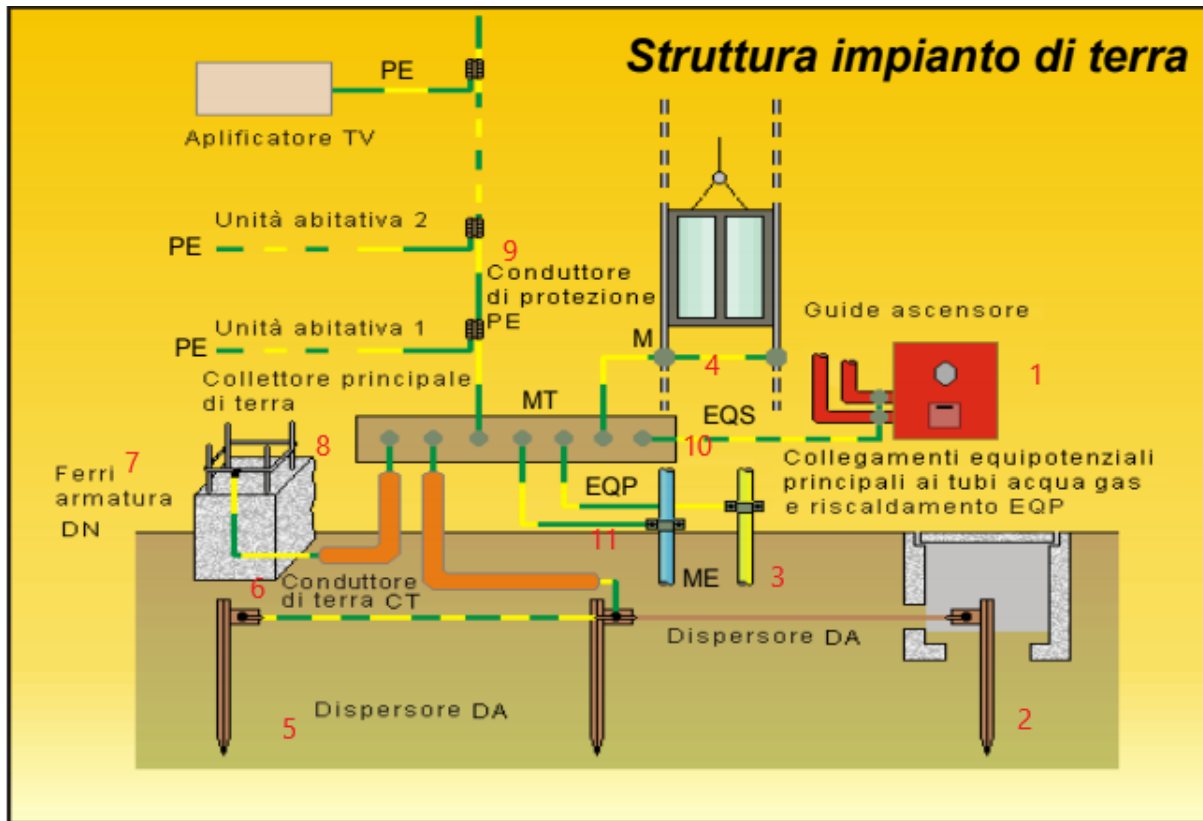
Impianto di terra di una stazione di trasformazione di energia, che viene descritto dal potenziale a cui si porta la superficie del terreno quando l'impianto disperde la corrente di guasto che si è verificata in qualche punto dell'impianto elettrico. Questi calcoli sono molto importanti per quanto riguarda l'alta tensione. In particolare nel grafico abbiamo x,y riferiti alla geometria e z riferito al potenziale.

Un impianto di terra è costituito da una serie di elementi che hanno come scopo di rendere equipotenziale le masse metalliche presenti all'interno della zona di pertinenza presenti all'interno del nostro impianto elettrico al terreno. I motivi riguardano sia il funzionamento che la sicurezza delle persone.

- Infatti se non ci fosse questo procedimento e si verificasse una perdita di isolamento (es. un danneggiamento interno) potrebbe accadere che un componente in tensione (es. 230 V) vada a contatto con la massa metallica, diventando pericoloso per chi la tocca. Se invece vi è un impianto di terra, che rende equipotenziale la massa metallica col terreno, realizzando una via di richiusura per le correnti disperse, potranno esserci degli organi di protezione che si accorgono di quella corrente anomala, associandola ad un guasto e intervenendo tempestivamente.
- Se successivamente ad un guasto interno la massa metallica andasse in tensione (es. 230 V), in presenza di un impianto di terra, la massa metallica sarebbe equipotenziale con la terra; Se non interviene l'organo di protezione (es. differenziale-comunemente chiamato salvavita) avendo reso la massa equipotenziale al terreno, toccando la massa metallica (con un impianto di terra efficiente) e vicino, non necessariamente sarò in pericolo. Se l'impianto di terra è molto lontano dal luogo del guasto e da dove avviene il contatto posso essere in pericolo. Il nostro impianto di terra quindi riduce la tensione a cui posso essere sottoposto in caso di guasto e favorisce l'intervento delle protezioni presenti nel mio impianto elettrico.
- Ha anche la funzione di vincolare al mio impianto di terra un punto del circuito così da fissare (rispetto a terra) il valore massimo che può raggiungere una parte del nostro impianto elettrico.
- Richiusura delle correnti (come avviene nel sapei quando funziona una sola linea, RIC, $\text{div}j=0$)
- Vincolare al potenziale di terra un punto di un circuito che può essere il centro stella del trasformatore di cabina (sistemi TT e TN), il secondario di un trasformatore, per esigenze di un circuito FELV, il secondario di un trasformatore elevatore per l'alimentazione di lampade a scarica, ecc., al fine di determinare in modo univoco la tensione nominale verso terra per esigenze ai fini funzionali;
- Limitare la tensione totale verso terra di una massa in avaria in un sistema IT in caso di primo guasto;
- Vincolare al potenziale di terra una massa o una massa estranea al fine di controllare lo stato di isolamento rispetto ad un sistema elettrico isolato da terra (sistema IT o protezione mediante separazione elettrica).
- Ha la funzione inoltre di eliminare cariche elettrostatiche che si possono formare in alcuni ambienti (molto importante per ambienti a rischio di esplosione) per il funzionamento di speciali circuiti monofilo con ritorno a terra e per la protezione contro le scariche atmosferiche. Consente la richiusura delle correnti di circolazione (es. ferrovie, SAPEI con un solo polo). Poiché la divergenza di J è uguale a 0, quindi affinché la corrente circoli devo avere un percorso chiuso.

La norma stabilisce che in una zona di pertinenza di un impianto elettrico l'impianto di terra deve essere unico, anche quando potrebbe essere conveniente realizzare più impianti di terra separati tra loro, altrimenti si possono verificare delle situazioni molto pericolose. (La Norma CEI 64-8/4 prescrive che l'impianto di terra deve essere unico per masse simultaneamente accessibili (Art. 413.1.1.2)). Solo in situazioni particolari, quando esista una incompatibilità fra due diverse funzioni, si possono avere, nello stesso ambiente, due impianti di terra distinti; in tali casi si devono però prendere provvedimenti affinché le parti metalliche collegate ai due diversi dispersori non possano essere toccate simultaneamente (allontanamento oltre 2,5 m, interposizione i ripari, ecc.)).

Struttura impianto di terra



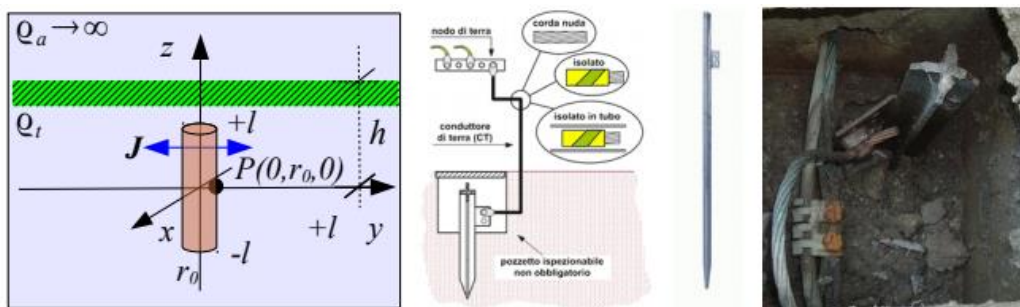
L'impianto di terra è l'insieme di componenti la cui funzione è quella di rendere equipotenziale la carcassa metallica della caldaia (1) al terreno. I principali componenti sono gli elettrodi di terra (2): conduttori metallici nudi che vengono posati ad intimo contatto con il terreno (es. puntazze, picchetti trattati superficialmente per ridurre l'effetto di corrosione). Questi costituiscono il sistema disperdente, sono collegati attraverso dei conduttori di terra (in rame, con guaina secondo norma di colore giallo-verde per la bassa tensione). Il conduttore di rame nudo costituisce un sistema disperdente per il caso in cui ci sia un guasto: la corrente di guasto sarà drenata a terra attraverso i dispersori e il conduttore. Il sistema disperdente nell'insieme viene collegato al nodo (8) il collettore principale di terra MT: sbarra di rame installata nel quadro elettrico generale dell'edificio dove si attestano i conduttori di guaina giallo-verde che rendono equipotenziale le masse del mio stabile al sistema disperdente e quindi al terreno. Al collettore di terra si attesta il sistema disperdente (dispersori intenzionali DA(5) picchetti, conduttori interrati, maglie, piastre, ecc) e dispersori di ferro e di armatura (dispersori di fatto DN (7) danno un contributo alla dispersione di guasto ma non sono sufficienti da soli per la sicurezza dell'impianto). Infatti uno dei presupposti per la corretta dispersione di guasto è la continuità elettrica, che non può essere verificata nei collegamenti di ferro e armatura. Dal collettore di terra partono dei CT conduttori di terra (6) in guaina giallo-verde che collegano le masse presenti all'interno dell'impianto: masse estranee ME (3) (costituite da componenti metallici che provengono dall'esterno della zona di pertinenza del mio impianto elettrico (condotti di acqua e gas non si richiudono all'interno del mio edificio)) sono molto pericolose, devono essere rese equipotenziali al terreno nella zona di pertinenza dell'impianto elettrico; la montante (9) (PE: conduttore di protezione che distribuisce il potenziale di terra in tutte le unità abitative), in corrispondenza dei diversi piani il collegamento deve essere fatto obbligatoriamente senza interrompere la montante: il conduttore deve essere sguainato senza essere tagliato e il PE che entra nell'unità abitativa deve essere

ammorsettato con la montante. Al collettore di terra collego anche altre masse M (4) (es. guide degli ascensori, vano caldaia, ecc). EQS (10) (collegano i tubi dell'acqua, del gas, del riscaldamento) conduttori di equipotenzializzazione supplementare. Conduttori di equipotenzializzazione principale (collega le masse esterne, anche un palo dell'illuminazione pubblica vicino al recinto di un giardino) EQP (11).

Le sezioni dei conduttori di terra e dei dispersori di terra sono tutte normate, le sezioni minime non hanno molto a che fare con le correnti che devono trasportare, sono legate a motivi meccanici affinché non si interrompano (es. 16 mm², nelle abitazioni abbiamo 4 mm²).

Sistema disperdente

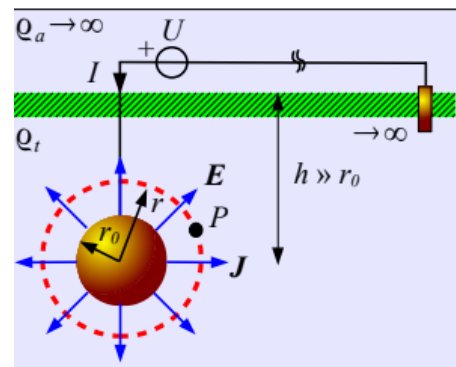
Le sorgenti elementari di correnti all'interno di un materiale conduttore danno luogo a una distribuzione delle linee di corrente di conduzione. Come sorgenti prenderemo in esame quelle che, seppur idealmente, modellano i sistemi disperdenti.



Tronco di tubo di flusso di materiale conduttore, simile a un picchetto. Le studieremo nelle condizioni di posa reale: la sorgente è conficcata nel terreno e c'è una superficie di separazione piana tra il terreno (conduttore) e l'aria (isolante).

- 1) Sorgente sferica: affinché ci sia un passaggio di corrente J ci deve essere chi alimenta l'elettrodo (U) e un elettrodo ausiliario a distanza infinita in modo che la corrente si richiuda attraverso il terreno (conduttore). La sorgente è disposta a un'altezza tra aria e terreno h molto maggiore del suo raggio r₀. Se questa condizione è soddisfatta, dalla sorgente, nella quale entra la corrente I, usciranno delle linee di forza del vettore densità di corrente tutte radiali alla superficie. Il vettore J sarà esprimibile come:

$$\mathbf{J} = \frac{I}{4\pi r^2} \mathbf{r}$$
 dove I è la corrente totale iniettata nella sfera. In un generico punto P l'intensità della densità di corrente sarà data sostituendo a r = r_P. Parimenti posso usare la legge di Ohm in forma puntuale per calcolare il campo elettrico in un punto $\mathbf{E} = \rho_t \mathbf{J} = \rho_t \frac{I}{4\pi r^2} \mathbf{r}$ dove ρ_t è la resistività del terreno. Posso poi determinare la differenza di potenziale tra P e il riferimento, ovvero la distanza infinita (potenziale nullo). Integro E lungo una linea radiale che va da r₀ (superficie) a r (qualsiasi punto disposto radialmente).



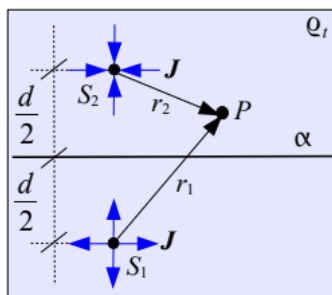
$$V_{0P} = V(r_0) - V(r) = \int_{r_0}^r \mathbf{E} \cdot \mathbf{r} \, dr = \rho_t \frac{I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right)$$

$$V_0 \equiv U = V(r_0) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_{0P} = \rho_t \frac{I}{4 \pi r_0}$$

Nel nostro sistema questo sarà uguale alla tensione che ho imposto tra l'elettrodo considerato e quello ausiliario pensato idealmente a distanza infinita. Il generatore di tensione U che stabilisce questa tensione è quello che fa passare I.

Si osservi, che il potenziale in un generico punto del mezzo conduttore rispetto al riferimento, $V_\infty = 0$, non dipende dalle dimensioni dell'elettrodo sferico (i.e., da r_0), ma unicamente dalla posizione del punto considerato (es. da r), ed è dato mettendo come estremi dell'interale r e ∞ . Pertanto, V_P , è anche il potenziale generato da una sorgente puntiforme ($r_0 \rightarrow 0$) che disperde nel mezzo la stessa corrente, I, dell'elettrodo sferico.

Il potenziale del generico punto p dello spazio dipende dalla posizione del punto P, non dal raggio della sfera. Quindi se $r_0 \rightarrow 0$ non altera il valore del potenziale in P. Quindi diventa il potenziale in un generico punto dello spazio prodotto da una carica puntiforme. Questo è il valore del potenziale quando la corrente è uscente dall'elettrodo: se inverte la polarità del generatore la corrente sarà entrante e il potenziale sarà negativo.



Se ipotizziamo di lavorare con mezzi lineari, omogenei e isotropi, varrà nel mezzo il principio di sovrapposizione degli effetti: se ho due cariche puntiformi il campo prodotto in un generico punto nello spazio sarà dato dalla somma algebrica dei campi prodotti dalle singole cariche puntiformi, tenendo conto del segno della corrente (uscente o entrante).

$$V_P = \rho_t \frac{I}{4 \pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Il segno meno dipende dal verso della densità di corrente J della sorgente S2 (entrante, -) opposto a quello della sorgente S1 (uscente, +). Sulla linea equidistante dalle due cariche puntiformi il potenziale è identicamente nullo, perché r_1 e r_2 sarebbero uguali a $\frac{d}{2}$.

- 2) Possiamo studiare una sorgente lineare, considerandola come l'unione di tante sorgenti puntiformi (sovrapposizione degli effetti). In particolare considero una porzione infinitesima come puntiforme.

Suddividendo la sorgente assegnata in tratti elementari $d\xi$ (sorgenti puntiformi) che disperdono la corrente, nel punto $P(x,y)$ il potenziale prodotto dalla sorgente $d\xi$ sarà:

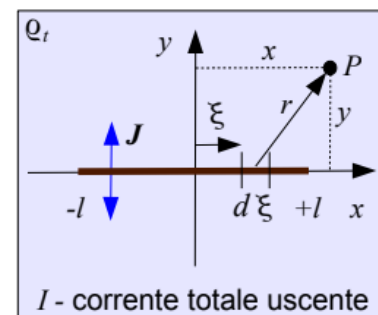
$$V = \frac{\rho I}{4 \pi r_0} \quad dV = \frac{\rho dI}{4 \pi r_0}$$

chi è dI? $I : 2l = dI : d\xi$

$$dI = \frac{I d\xi}{2l} \quad dV = \frac{\rho I d\xi}{2l 4 \pi r_0}$$

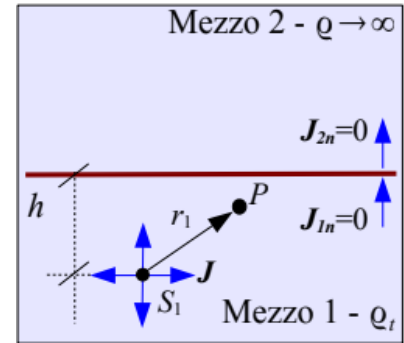
$$dV_P = \rho_t \frac{I}{2L} d\xi \frac{1}{4 \pi r} = \rho_t \frac{I d\xi}{8 \pi l \sqrt{y^2 + (x - \xi)^2}}$$

Le superfici equipotenziali sono ellissoidi di rotazione (nel piano xy ellissi con i fuochi coincidenti con gli estremi della sorgente). Le superfici di corrente sono iperboloidi di rivoluzioni cofocali. In prossimità della sorgente le superfici equipotenziali sono



cilindri chiusi da calotte alle estremità.

- 3) Prima dato che avevamo h molto più grande del raggio potevamo trascurare la superficie (terra-aria) di separazione piana: in realtà per le nostre applicazioni, questo non può essere trascurato. I sistemi disperdenti non possono essere messi a grande profondità nel terreno, ma ci vuole una profondità minima affinché non si danneggi. (es. 0,5 m) Dobbiamo quindi tenere conto dell'effetto della superficie di separazione tra aria e terreno. Il semispazio del conduttore avrà una resistività finita e diversa da zero, mentre l'isolante (aria) avrà una resistività infinita. Sulla superficie di separazione la componente normale del vettore densità di corrente è nulla perché non ci possono essere linee di forza che attraversano questa superficie dato che il mezzo superiore è un isolante.



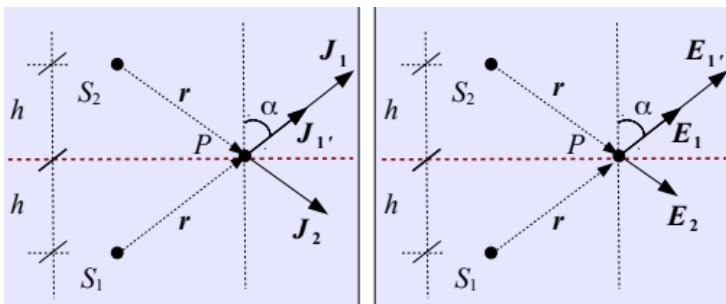
Applichiamo il principio delle immagini elettriche per lo studio di questo sistema elettronico, dove abbiamo collocato nel conduttore una sorgente puntiforme. Per l'applicazione di tale principio, disponiamo simmetricamente alla superficie di separazione S una carica puntiforme immagine S_2 uguale a quella originaria che eroga la stessa corrente. Consideriamo ora tutto lo spazio come se fosse occupato dal mezzo 1. In questo caso posso determinare il potenziale di un qualsiasi punto P appartenente al semispazio del mezzo 2 come sovrapposizione dei potenziali dovute alle due cariche considerate singolarmente. Il calcolo che farò varrà per i punti del semispazio conduttore, che è quello che mi interessa. (il sistema così costruito è equivalente a quello di partenza)

Principio delle immagini elettriche (dimostrazione)

Ho una superficie di separazione piana tra due conduttori ρ_1 e ρ_2 , voglio determinare il campo prodotto dalla sorgente S_1 . Assegnata la sorgente puntiforme S_1 immersa nel mezzo 1 alla profondità h , si disegni la sua immagine S_2 rispetto alla superficie di separazione; determiniamo le condizioni che devono essere soddisfatte per ottenere:

- che il campo nel mezzo 1 risulti uguale a quello che esisterebbe se tale mezzo occupasse tutto lo spazio e vi fossero due sorgenti, quella effettiva S_1 con la corrente I_1 , e la sua immagine S_2 con la corrente I_2 ;
- che il campo nel mezzo 2 risulti uguale a quello che esisterebbe, se questo mezzo occupasse tutto lo spazio, e vi fosse solo la sorgente S_1 , ma con la corrente I_1' .

Dobbiamo però attribuire a queste correnti i giusti valori, imponiamo quindi le BC ovvero cerchiamo di capire quanto vale il campo in corrispondenza della superficie di separazione:



Impongo l'uguaglianza delle componenti normali: $J_{1n} - J_{2n} = J_{1'n}$

Questo perché la componente normale deve essere continua in corrispondenza della superficie di separazione.

Sostituendo si trova:

$$\frac{I_1 \cos \alpha}{4 \pi r^2} - \frac{I_2 \cos \alpha}{4 \pi r^2} = \frac{I_1' \cos \alpha}{4 \pi r^2}$$

Che semplificando diventa $I_1 - I_2 = I_1'$

Dove I_2 e I_1' non sono note. Impongo poi la continuità della componente tangenziale del campo elettrico, con un analogo procedimento arriviamo a una relazione di conducibilità: $E_{1t} - E_{2t} = E_{1't}$

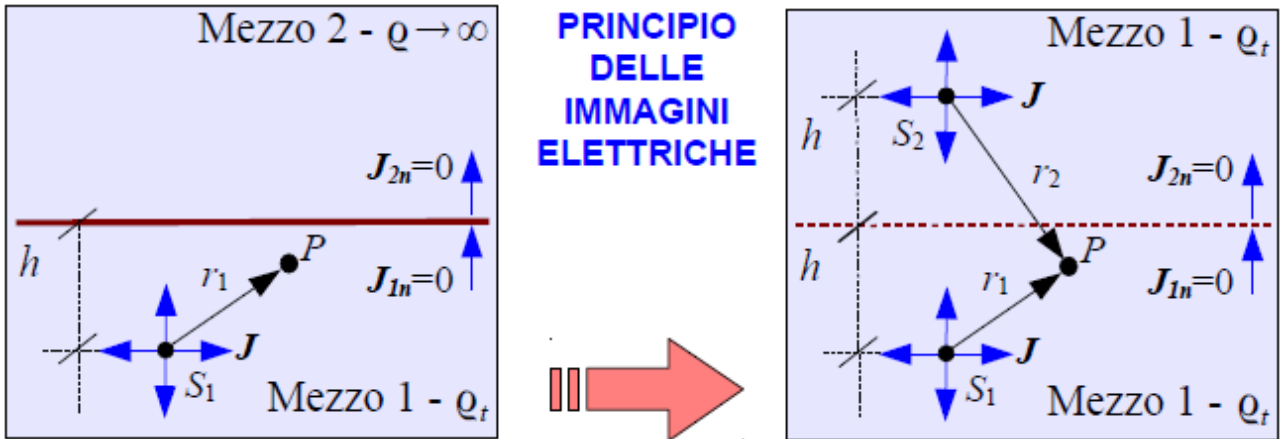
$$\frac{I_1 \cos \alpha}{4 \pi \sigma_1 r^2} - \frac{I_2 \cos \alpha}{4 \pi \sigma_1 r^2} = \frac{I_1' \cos \alpha}{4 \pi \sigma_2 r^2} \text{ che poi diventerà } \sigma_2(I_1 + I_2) = \sigma_1 I_1'$$

Abbiamo due equazioni linearmente indipendenti in due incognite, da cui ottengo queste relazioni:

$$I_2 = I_1 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad I_1' = I_1 \frac{2 \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

Quando voglio studiare il sistema fisico originario da cui sono partito, e li immagino in questo modo, posso calcolare nei due mezzi i potenziali effettivamente presenti. Ora pensiamo al nostro caso, in cui abbiamo l'aria, ovvero $\sigma_2 = 0$. Da cui poi ottengo $I_2 = I_1$ e $I_1' = 0$ che è il risultato da cui sono partito.

Iniziamo analizzando una sorgente puntiforme a distanza non trascurabile, possiamo usare il principio di sovrapposizione degli effetti e quello delle immagini elettriche:



$$V_p = V_{P, reale} + V_{P, immagine}$$

$$V_P = V_{P, reale} + V_{P, immagine} = q_t \frac{I}{4 \pi} \left(\frac{1}{r_1} \right) + q_t \frac{I}{4 \pi} \left(\frac{1}{r_2} \right) = q_t \frac{I}{4 \pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

Come applicazione di questo, possiamo calcolare il potenziale generato da una sorgente orizzontale ed una verticale:

$$V_P = V_{P, reale} + V_{P, immagine} = q_t \frac{I}{8 \pi l} \ln \left(\frac{y+l+\sqrt{z^2+x^2+(y+l)^2}}{y-l+\sqrt{z^2+x^2+(y-l)^2}} \right) + q_t \frac{I}{8 \pi l} \ln \left(\frac{y+l+\sqrt{(2h-z)^2+x^2+(y+l)^2}}{y-l+\sqrt{(2h-z)^2+x^2+(y-l)^2}} \right)$$

$$V_P = V_{P, reale} + V_{P, immagine} = q_t \frac{I}{8 \pi l} \ln \left(\frac{z+l+\sqrt{x^2+y^2+(z+l)^2}}{z-l+\sqrt{x^2+y^2+(z-l)^2}} \right) + q_t \frac{I}{8 \pi l} \ln \left(\frac{2h-z+l+\sqrt{x^2+y^2+(2h-z+l)^2}}{2h-z-l+\sqrt{x^2+y^2+(2h-z-l)^2}} \right)$$

Resistenza di terra

Con queste formule andremo a studiare un parametro fondamentale che caratterizza i sistemi disperdenti: resistenza di terra.

Facendo riferimento ad una semplice abitazione, ogni elettrodomestico è collegato ad un impianto di terra che fa capo ad un elemento disperdente (es. paletto verticale interrato).

Note: - nelle prese a spina le 2 fasi sono sempre ai lati della presa, la terra nell' alveolo centrale.

- i paletti di terra vanno controllati periodicamente per verificare eventuali corrosioni.

Tornando alla resistenza di terra:

La **resistenza di terra**, R_t , di un dispersore sferico di raggio r_0 immerso in un terreno omogeneo ed isotropo di resistività ρ_t può essere calcolata nel modo seguente (con $h > 50 r_0$)

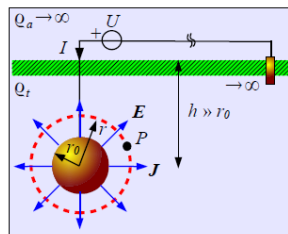
$$J = \frac{I}{4 \pi r^2} \hat{r}$$

$$E = \rho_t J = \rho_t \frac{I}{4 \pi r^2} \hat{r}$$

$$V_{op} = V(r_0) - V(r) =$$

$$= \int_{r_0}^r E \cdot \hat{r} dr = \rho_t \frac{I}{4 \pi} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right)$$

$$V_o \equiv U = V(r_0) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_{op} = \rho_t \frac{I}{4 \pi r_0} \quad R_t = \frac{V_o}{I} = \frac{U}{I} = \rho_t \frac{1}{4 \pi r_0} \quad (\Omega)$$

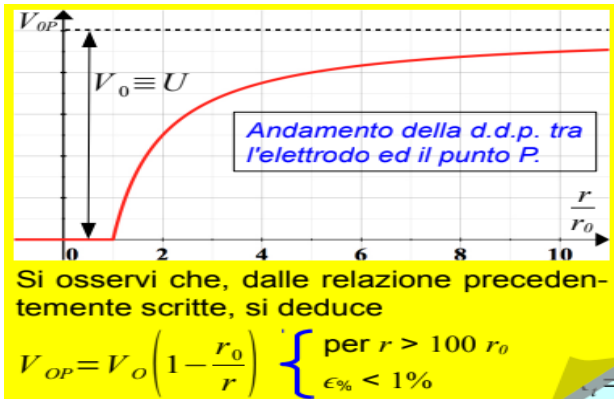


Il sistema disperdente permette la circolazione della corrente chiudendosi con un elettrodo posto idealmente all'infinito. Per cui la differenza di potenziale che permette la circolazione della corrente, sarà quella tra l'infinito e la superficie della sfera. Per cui se facciamo il rapporto tra questo potenziale e la

corrente, otteniamo una resistenza che è proprio quella di terra.

Per gli altri sistemi, avremo magari un' espressione analitica più complicata, ma concettualmente è la stessa.

Nota: in un punto lontano dal dispersore, la differenza tra il potenziale in quel punto e quello della sfera è circa pari a quello della sfera. Ovvero nella formula sotto se $r \gg r_0$ $V_{OP} = V_0$



Adesso togliamo una condizione ideale per avvicinarsi al modello reale, ovvero che la profondità a cui metto il dispersore non è maggiore di 50 volte la sua dimensione, ma anzi prossima alla superficie. Applico il principio delle immagini elettriche e scopro che l'espressione del potenziale della superficie sferica è data dalla somma dei contributi dell' elettrodo reale e da quello immagine, e vale:

$$V_0 = V_{O, reale} + V_{O, immagine} = q_t \frac{I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{2h + r_0} \right)$$

Nota, questo è il potenziale sulla superficie di r_0 , non l'andamento nello spazio

E la resistenza di terra sarà sempre V_0/I ma sarà dipendente dalla profondità di affondamento della sfera.

$$R_t = \frac{V_0}{I} = q_t \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{2h} \right) (\Omega)$$

Trascurando r_0 perché $< h$

Nota: Che errore commetto se non considero la sorgente immagine per tener conto della superficie di separazione? Ovviamente l'errore diminuisce all' aumentare della distanza di affondamento e va come

per	$h = 2 r_0$	$\epsilon\% = 20\%$
per	$h = 10 r_0$	$\epsilon\% < 5\%$
per	$h = 50 r_0$	$\epsilon\% < 1\%$

$r_0 = 1 \text{ m.}$

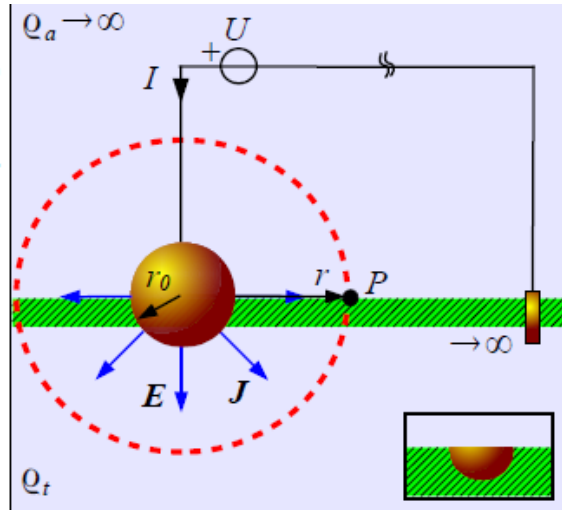
Anche se queste condizioni non sono realistiche perché con un raggio di un metro, dovrei andare a 50 metri che è una grande profondità.

Elettrodo emisferico:

La **resistenza di terra**, R_t , di un dispersore emisferico di raggio r_0 immerso in un terreno omogeneo ed isotropo di resistività ρ_t .

$$J = \frac{I}{2\pi r^2} \hat{r} \quad E = \rho_t \frac{I}{2\pi r^2} \hat{r}$$

$$V_{OP} = V(r_0) - V(r) = \int_{r_0}^r E \cdot \hat{r} dr = \frac{\rho_t I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right)$$



$$V_o \equiv U = V(r_0) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_{OP} = \rho_t \frac{I}{2\pi r_0} \quad R_t = \frac{V_o}{I} = \frac{U}{I} = \rho_t \frac{1}{2\pi r_0} (\Omega)$$

Caso più simile a ciò che studieremo noi; sfruttando la formula del potenziale trovata prima e considerando l'elettrodo emisferico come un a sfera immersa nel terreno solo per metà, possiamo assumere $h=0$ e ottenere

$$V_o = V_{o, reale} + V_{o, imagine} = \rho_t \frac{I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{2h + r_0} \right) = \rho_t \frac{I}{2\pi r_0}$$

Quindi la relativa resistenza, è la resistenza che il sistema elettronico offre al passaggio della corrente di guasto nel terreno.

Non bisogna mai dimenticare (per capire i sistemi elettrici equivalenti) che il ritorno di questo sistema c'è sempre a distanza infinita rispetto al riferimento del potenziale. Ovvero la corrente che incontra la resistenza si richiude a distanza infinita, ovvero dove ho posto il potenziale pari a zero.

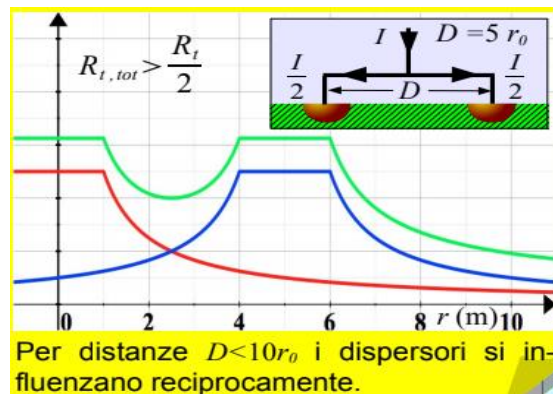
Andamento del potenziale di terra:

Sulla superficie del terreno prodotta dal elettrodo emisferico quando disperde la corrente di guasto I , al variare della distanza. Notiamo che dove ho il valore del raggio dell'elettrodo, ho che il potenziale rimane invariato (perché è un conduttore), e vale quanto la tensione totale di terra (V_o). Man mano che mi allontano, il potenziale decresce come $1/r$ fino ad arrivare teoricamente a zero a distanza infinita.

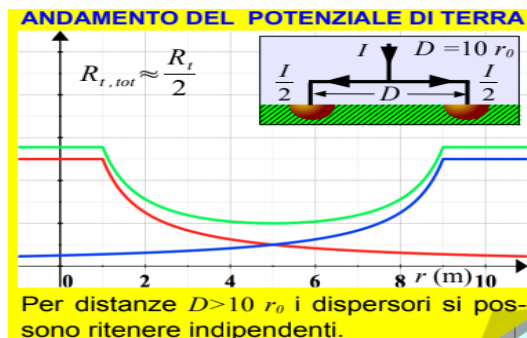


Caso con più elettrodi emisferici:

Se ne ho due, l'andamento del potenziale prodotto da questi, quando devo drenare a terra una corrente di guasto I è quello in figura. Se sono nelle ipotesi di: conduttori uguali, terreno isotropo e lineare, allora la corrente si ripartisce equamente sui due elettrodi. Avrò due andamenti che si andranno a sommare, e avrò il valore della tensione totale di terra, per i singoli conduttori, pari alla metà della tensione totale di terra nel caso di un solo elettrodo. Nel generico punto devo sommare i valori della tensione e avrò il seguente andamento (verde). Questo perché $V=EL=\rho j$ se la corrente si dimezza il potenziale si dimezza. (sull ordinata del grafico è riportata la tensione)



Notiamo che il valore a cui si porta la tensione totale di terra dei due elettrodi (linea in verde), è superiore a quello dei singoli elettrodi (blu e rosso), quindi invece di dividere sui due elettrodi anche la tensione, come è successo per la corrente, dato che la distanza tra i due non è molto grande, gli elettrodi si influenzano mutuamente. Due elettrodi così disposti starebbero in parallelo, e stando in parallelo, dovrei avere che la resistenza equivalente totale sia pari alla metà delle resistenze dei due; ciò qui non accade ripetiamo, perché la vicinanza dei due elettrodi fa sì che l'andamento del potenziale totale di terra del sistema formato dai due elettrodi è superiore a quello di due elettrodi uguali presi però singolarmente. Da questo discende direttamente il fatto che la resistenza di terra del sistema formato dai due elettrodi è maggiore della metà della resistenza dei singoli elettrodi → i due elettrodi non sono in parallelo. Affinchè siano in parallelo devo aumentare D fino a 10 volte la loro dimensione.

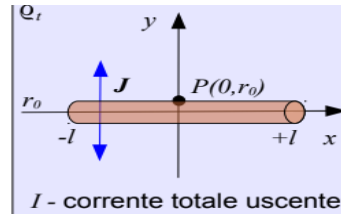


Il beneficio di avere più dispersori, si ha solo se messi a distanza necessaria per dividere la corrente.

Elettrodo Cilindrico

A parte le considerazioni matematiche, i ragionamenti per un elettrodo di tipo cilindrico sono simili a quello sferico, e per un cilindro di raggio r_0 immerso in un mezzo di resistività ρ_0 in cui immette una corrente di guasto I , la tensione dell'elettrodo rispetto al riferimento vale:

$$V_o = \rho_t \frac{I}{8\pi l} \ln \left(\frac{+l + \sqrt{r_0^2 + l^2}}{-l + \sqrt{r_0^2 + l^2}} \right)$$

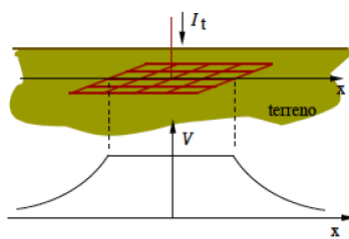
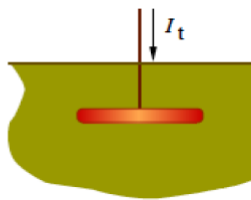
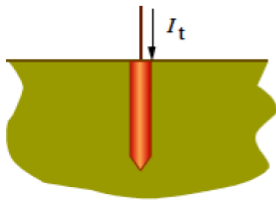


Di conseguenza la sua resistenza sarà

$$R_t = \frac{V_o}{I} \approx \rho_t \frac{1}{4\pi l} \ln \left(\frac{2l}{r_0} \right)$$

Se si inserisce la superficie di separazione, la formula si complica, ma il ragionamento a cui ci si riconduce è lo stesso del caso precedente. Ovviamente dipende dalla profondità a cui è messo l'elettrodo.

Le relazioni "complicate" che abbiamo precedentemente calcolato, posso essere approssimate (per eccesso) con queste formule:



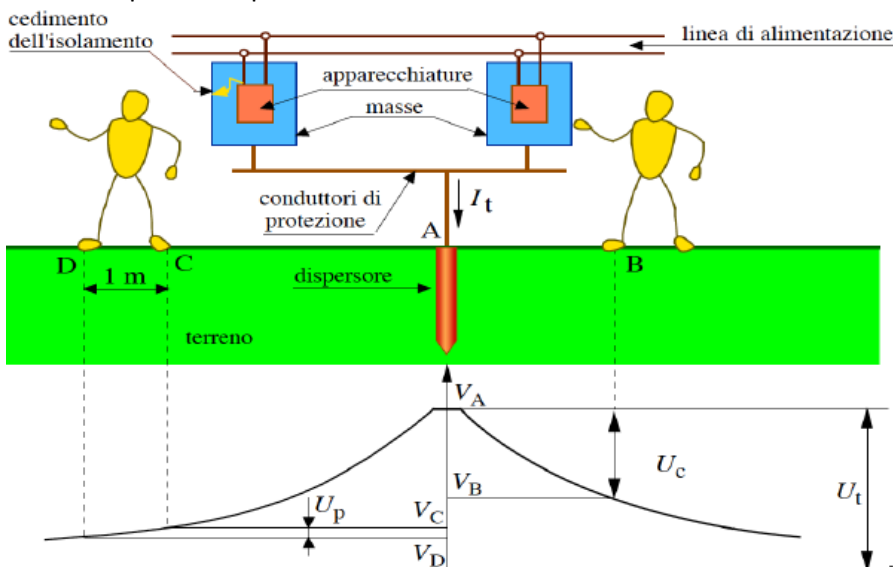
Picchetto $R_t = \frac{\rho}{L}$ $h > 0.5 m$ L lunghezza del picchetto

Piastra $R_t = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a \cdot b}}$ $h > 0.5 m$ a e b sono i lati della piastra

Maglia $R_t = \frac{\rho}{(a+b)}$ $h > 0.5 m$ a e b sono i lati della rete magliata

Conduttore orizz. $R_t = 2 \frac{\rho}{L}$ $h > 0.5 m$ L lunghezza del conduttore Anello $R_t = 1.5 \frac{\rho}{a}$ $h > 0.5 m$ a e b sono i lati dell'anello

Questo è quello che potrebbe accadere in un caso reale:



La distribuzione del potenziale rispetto al picchetto sarebbe del tipo $1/r$.

In presenza di un guasto al nostro elettrodomestico, ovvero alla perdita di isolamento della fase(!), (non del neutro, una perdita di isolamento del neutro se questo è al potenziale di terra non ci accorgeremmo di nulla).

Poiché il neutro del

trasformatore in cabina è collegato a terra, attraverso l'impianto di terra inizierà a circolare una corrente che passa attraverso la fase, la carcassa metallica del componente... il picchetto e si richiude nell'impianto di terra a cui è collegato il neutro del trasformatore; si ha quindi un percorso chiuso attraverso il quale si può richiudere la corrente di guasto.

(questo perché se il compito del neutro è quello di drenare la corrente di squilibrio, se circolerà una corrente associata al guasto non ci accorgiamo perché sarebbe una cosa normale)

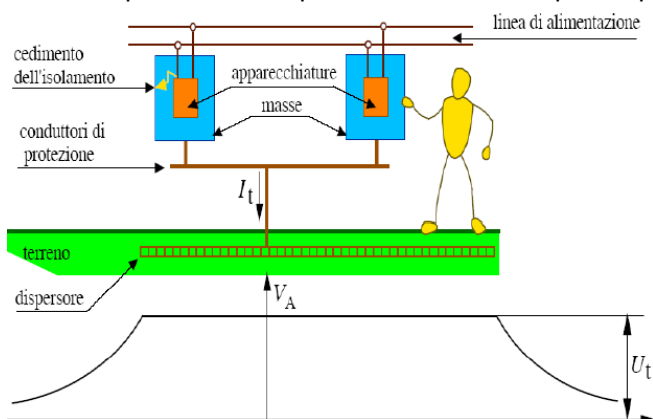
Quando la corrente di guasto scorre nel picchetto, la testa dello stesso, si porta ad potenziale (precedentemente calcolato) funzione della corrente di guasto. Dividendo tale potenziale per la corrente di guasto, otterremo la resistenza totale di terra del picchetto. La tensione a cui si porta la testa del picchetto e in prima approssimazione anche la carcassa metallica non affetta da guasto, prende il nome di tensione totale di terra. Se tocchiamo la carcassa dell'oggetto non interessato dal guasto, siamo soggetti ad una tensione che dipende dalla posizione dell'oggetto stesso rispetto al sistema disperdente: se siamo con i piedi sopra al picchetto, toccando la carcassa metallica, la differenza di potenziale cui siamo sottoposti è 0. Se invece ci troviamo a distanza r dal picchetto, la tensione di contatto a vuoto, ovvero la tensione tra la carcassa e il terreno su cui ci troviamo prima di toccare la carcassa, è tanto più grande quanto siamo lontani dal picchetto e tende alla tensione totale di terra a distanza infinita (se la cabina è molto lontana, questa tensione corrisponderebbe alla tensione di alimentazione). Questa condizione sarebbe molto pericolosa perché pur in presenza di un impianto di terra saremmo soggetti ad una tensione importante.

Nota: nel capire queste cose, spesso si fa difficoltà perché vi è un'ambiguità tra causa ed effetto:

Nel caso del picchetto, tutti i ragionamenti li abbiamo basati sul passaggio di una corrente, ma in realtà il motore di tutto è la tensione di alimentazione a cui è associata poi una eventuale corrente di guasto. Nonostante questo molti ragionamenti si basano sulla corrente perché questo è un dato fisso che ci fornisce l'organo di protezione.

Si definisce tensione di passo, definita come la differenza di potenziale tra i due piedi, assunta pari a 1m, mentre si cammina in una zona interessata da una corrente di guasto. Queste tensioni dovranno essere prese in considerazione durante la progettazione perché soggette a vincoli normativi.

Un modo per eliminare questa criticità dell'impianto potrebbe essere utilizzare una maglia elettrosaldata:



In questo caso i casi critici sono praticamente nulli perché la differenza di potenziale tra maglia e piede è quasi sempre identicamente nulla. Anche in questo caso, la massima tensione di passo si ha al bordo del sistema disperdente, perché è lì che è massima la derivata della curva.

Nota: le masse estranee vanno assolutamente collegate al sistema disperdente, non al neutro perché questi è sezionabile e non è quindi garantita la continuità.