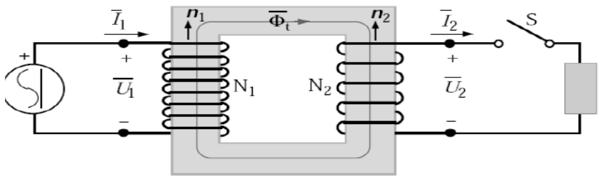
TRASFORMATORE IDEALE:



HP semplificative:

- Permeabilità magnetica costante e diversa da 0, quindi riluttanza lineare nel nucleo, (R=cost).
- Perdite nel ferro nulle (sia per CP che isteresi):
- Accoppiamento fra gli avvolgimenti perfetto: ⍰$^2 = 1$. Ricordiamo come questo implichi che tutte linee del campo induzione magnetica di un avvolgimento si concatenano con l'altro e viceversa, senza linee che si concatenano in aria.
- Resistenze degli avvolgimenti nulle.

Ricordiamo inoltre come queste ipotesi anche se semplificative, sono abbastanza lecite, essendo il rendimento di queste macchine molto elevato, 95-98%.

FUNZIONAMENTO A VUOTO:

<u>***A vuoto***</u> $\bar{U}_1 \rightarrow \bar{I}_1 \ con \ \bar{I}_2 = 0$

A vuoto, la corrente I1, serve unicamente a generare e sostenere il flusso del campo induzione magnetica e bilanciare eventuali perdite che per ora stiamo trascurando.

$$\bar{\mathcal{F}}_1 = N_1 \bar{I}_{1\mu} = \mathcal{R} \bar{\Phi}_t$$

$$\bar{\Phi}_t = \frac{\bar{\mathcal{F}}_1}{\mathcal{R}} = \frac{N_1}{\mathcal{R}} \bar{I}_{1\mu}$$

Se applichiamo la legge di FNL in forma fasoriale al primario e al secondario della macchina:

$$\left.\begin{aligned} \bar{E}_1 &= j\omega(\bar{\Phi}_{c1}) = j\omega(N_1 \bar{\Phi}_t) = j\omega N_1 \frac{N_1}{\mathcal{R}} \bar{I}_{1\mu} \\ \bar{E}_2 &= -j\omega(-\bar{\Phi}_{c2}) = j\omega(N_2 \bar{\Phi}_t) = j\omega N_2 \frac{N_1}{\mathcal{R}} \bar{I}_{1\mu} \end{aligned}\right\} \qquad \boxed{\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

note:

- perché alla legge di FNL applicata al primario, manca il segno (-)?

Perché il segno (-) nella legge di FNL, vale nella condizione di generatore, mentre l'avvolgimento primario è convenzionato come utilizzatore, quindi E1 sarebbe diretto come U1.

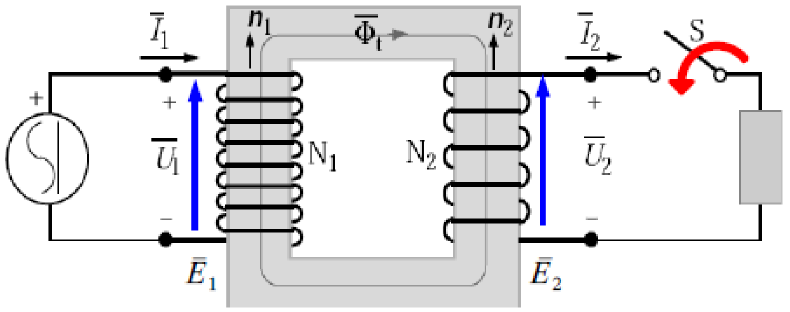
- Sull'avvolgimento secondario, in condizioni di CA, non scorre corrente, ma vi sarà comunque una tensione dovuta al flusso che si concatena.
- Nella legge di FNL al secondario, essendo questo convenzionato come generatore, sarà certamente presente il segno (-), inoltre, essendo il flusso e la normale in verso opposto, comparirà un altro segno (-).

Applicando LKM al circuito magnetico:

$$\left.\begin{aligned} \bar{U}_1 - \bar{E}_1 = 0 \ &\Rightarrow \ \bar{U}_1 = \bar{E}_1 = j\omega N_1 \frac{N_1}{\mathcal{R}} \bar{I}_{1\mu} \\ \bar{U}_2 - \bar{E}_2 = 0 \ &\Rightarrow \ \bar{U}_2 = \bar{E}_2 = j\omega N_2 \frac{N_1}{\mathcal{R}} \bar{I}_{1\mu} \end{aligned}\right\} \qquad \boxed{\frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

FUNZIONAMENTO A CARICO:

Se chiudiamo l’interruttore su un carico, comincerà a scorrere una corrente I2; conseguentemente, anche nel primario, la corrente che vi scorrerà non sarà la stessa di quella a vuoto.



A carico *con* $\bar{U}_1$ *invariante*

$\bar{U}_1 \rightarrow \bar{I}_1$ *con* $\bar{I}_2 \neq 0$

$$\bar{\mathcal{F}}_1 - \bar{\mathcal{F}}_2 = \mathcal{R}\bar{\Phi}_t$$

$$N_1\bar{I}_1 - N_2\bar{I}_2 = \mathcal{R}\bar{\Phi}_t$$

Potremmo pesare che il flusso che si instaura in questo caso sia diverso da quello nella condizione di funzionamento a vuoto, ma non è così, infatti:

Essendo ancora $\bar{U}_1 - \bar{E}_1 = 0$ segue che $\bar{U}_1 = \bar{E}_1 = j\omega N_1 \bar{\Phi}_t$ e cioè il flusso rimane INVARIATO nel passaggio da vuoto a carico $\boxed{\bar{\Phi}_t = \frac{N_1}{\mathcal{R}}\bar{I}_{1\mu}}$

Quindi, per quanto visto in precedenza, risulta ancora $\boxed{\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} = \frac{N_1}{N_2}}$

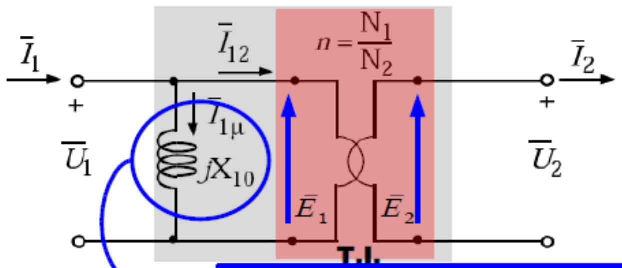
Che ricaviamo inserendo l’espressione del flusso totale nella legge di hopkinson precedente

ed inoltre si ha $N_1\bar{I}_1 - N_2\bar{I}_2 = N_1\bar{I}_{1\mu}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\bar{I}_1 = \bar{I}_{1\mu} + \frac{N_2}{N_1}\bar{I}_2}$

La corrente richiamata dalla rete in questo caso risulta essere maggiore. Oltre al contributo relativo alla corrente di magnetizzazione, avremo anche la I12 che viene richiamata secondo il rapporto spire.

NB: chi rende possibile il trasferimento di potenza nel trasformatore è proprio la corrente di magnetizzazione, questa infatti fa instaurare il flusso e consente la conversione da bassa tensione e alta corrente a alta tensione e bassa corrente e viceversa.

CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE:



T. I. $\begin{cases} \frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = n \quad \frac{\bar{I}_{12}}{\bar{I}_2} = \frac{1}{n} \end{cases}$

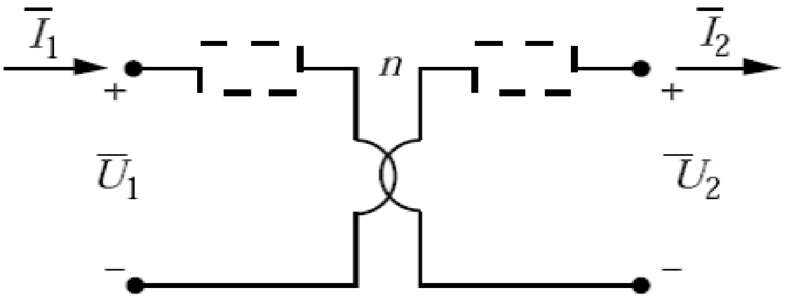
C.E. $\begin{cases} \bar{U}_1 - \bar{E}_1 = 0 \\ \bar{U}_2 - \bar{E}_2 = 0 \\ \bar{I}_1 = \bar{I}_{1\mu} + \bar{I}_{12} \end{cases}$

$$\boxed{\bar{U}_1 = \bar{E}_1 = j\omega(N_1\bar{\Phi}_t) = j\omega\frac{N_1^2}{\mathcal{R}}\bar{I}_{1\mu} = j\omega L_{10}\bar{I}_{1\mu} = jX_{10}\bar{I}_{1\mu}}$$

L’ induttore lato primario, serve a tener conto della corrente di magnetizzazione di abbiamo calcolato anche il valore. ⍰$_{10}$ è detta reattanza di magnetizzazione.

La corrente richiamata dal secondario, non è “collegata” all’ intera corrente I1, ma solamente a I12, ovvero la corrente I1 a cui andiamo però a sottrarre l’aliquota di corrente necessaria alla magnetizzazione. $\frac{I_{12}}{I_2} = \frac{1}{n}$ (la relazione è fasoriale).

PROPRIETA’ DEL TRASFORMATORE IDEALE:



$$\text{T. I.} \begin{cases} \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} = n & \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{1}{n} \end{cases}$$

Il fattore di trasporto delle potenze 1

Potenza complessa

$$\bar{U}_1 \bar{I}_1^* = (n \bar{U}_2)\left(\frac{1}{n} \bar{I}_2^*\right) = \bar{U}_2 \bar{I}_2^*$$

Questo rimane valido anche per la potenza attiva e reattiva.

Dal secondario al primario il fattore di trasporto delle impedenze è n^2

$$\dot{Z}_2 I_2^2 = \dot{Z}_2 (n I_1)^2 = (n^2 \dot{Z}_2) I_1^2 = \dot{Z}_{12} I_1^2$$

Questa è la condizione che deve essere soddisfatta per trasportare un impedenza lato primario al secondario e viceversa in modo che su essa venga dissipata la stessa potenza.

Dal primario al secondario il fattore di trasporto delle impedenze è $\frac{1}{n^2}$

$$\dot{Z}_1 I_1^2 = \dot{Z}_1 \left(\frac{1}{n} I_2\right)^2 = \left(\frac{1}{n^2} \dot{Z}_1\right) I_2^2 = \dot{Z}_{21} I_2^2 \quad \Rightarrow \quad \dot{Z}_{21} = \frac{1}{n^2} \dot{Z}_1$$

TRASORMATORE REALE:

Rimuoviamo una alla volta le HP fatte per considerare il trasformatore ideale, ad eccezione di considerare comunque la macchina a comportamento lineare; questo risulterà essere abbastanza accettabile se ci troviamo in una condizione di funzionamento che si trova prima del ginocchio nel ciclo di isteresi.

- Perdite nel ferro (per isteresi e eddy courrent):

$$P_{ist} = k_{ist} f B_M^{1.6 \div 2} \propto B^2 \propto E^2$$
$$P_{cp} = k_{cp} \delta^2 f^2 B_M^2 \propto B^2 \propto E^2$$
$$P_f = P_{ist} + P_{cp} \propto B^2 \propto E^2$$
$$\boxed{P_f = \frac{E^2}{R_f}}$$

Queste perdite sono di fatto dissipazioni in calore per cui il bipolo associato sarà una resistenza. Notiamo inoltre come queste perdite siano proporzionali al quadrato della fem indotta nell’avvolgimento primario, per cui inseriremo la resistenza in parallelo alla reattanza di magnetizzazione, così che su questa insisterà proprio la tensione del primario.

Circuito elettrico equivalente:

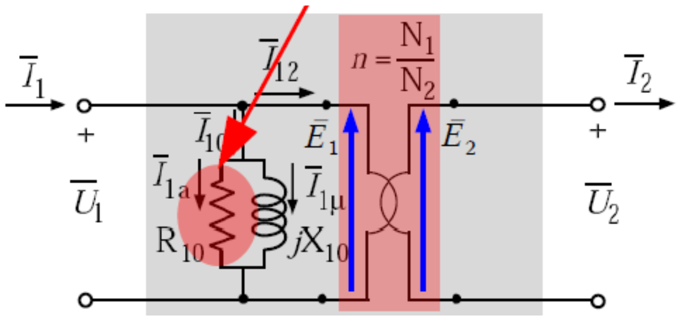
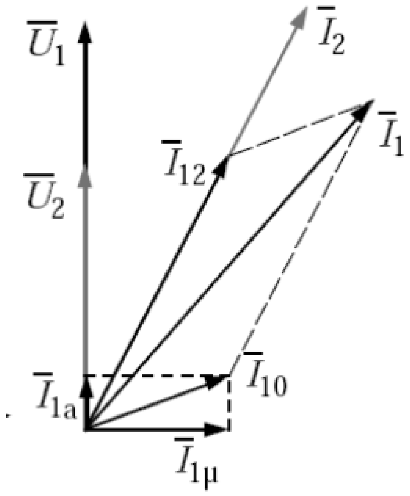


Diagramma fasoriale:



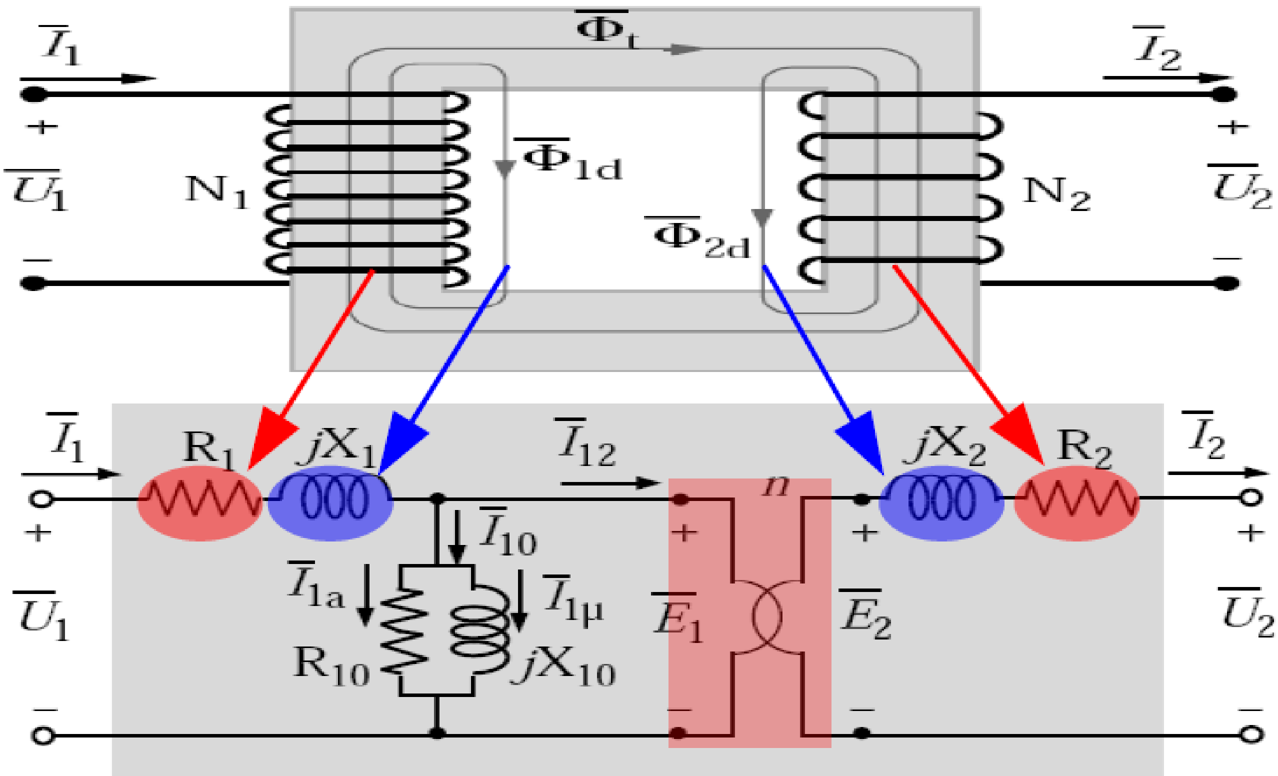
Come costruiamo il diagramma fasoriale?

<u>Sempre a partire dal secondario:</u>

Disponiamo (ad esempio) U2 in direzione verticale a riferimento per le fasi; I2 è sfasata di un certo angolo φ rispetto U2, angolo che dipenderà dal carico che stiamo alimentando. Essendo spesso il carico una resistenza, disponiamo I2 in ritardo rispetto ad U2. U1 e U2 sono in relazione mediante il rapporto di trasformazione, $\frac{U_1}{U_2} = n$; U1 e U2 saranno quindi in fase e, se consideriamo un trasformatore abbassatore, U2<U1. Per tracciare I1, abbiamo bisogno di calcolare prima le sue componenti. I_{12} possiamo facilmente calcolarla dalle relazione $I_{12} = \frac{1}{n} I_2$ essendo la corrente secondaria riportata al primaro. I12 e I2 saranno quindi in fase.

Dobbiamo quindi calcolare I10=I1mu+I1a. I1mu sarà in qadratura e ritardo rispetto U1 (nota vedi diagramma fasoriale induttore della maradei per approfondire). I1a invece sarà in fase con U1 (vedi diagramma fasoriale resistenza); questa inoltre sarà in modulo piccola perché ovviamente cercheremo sempre di limitare le perdite. Componendo I10 e I12 otteniamo I10.

NO ACCOPPIAMENTO PERFETTO:



Sono dovute al fatto che non tutto il flusso si concatena con entrambi gli avvolgimenti, ma vi saranno sempre delle dispersioni di flusso per accoppiamento con l'aria e "autoaccoppiamento".

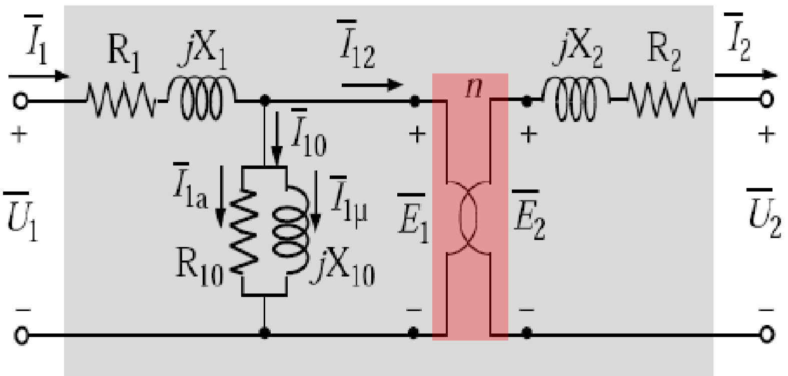
Le perdite relative a questi flussi sono rappresentati da una induttanza di dispersione legato alla geometria ed alle caratteristiche del mezzo entro cui si concatenano le linee di flusso. Nel circuito elettrico equivalente inseriremo quindi due reattanze relative delle perdite dei due avvolgimenti.

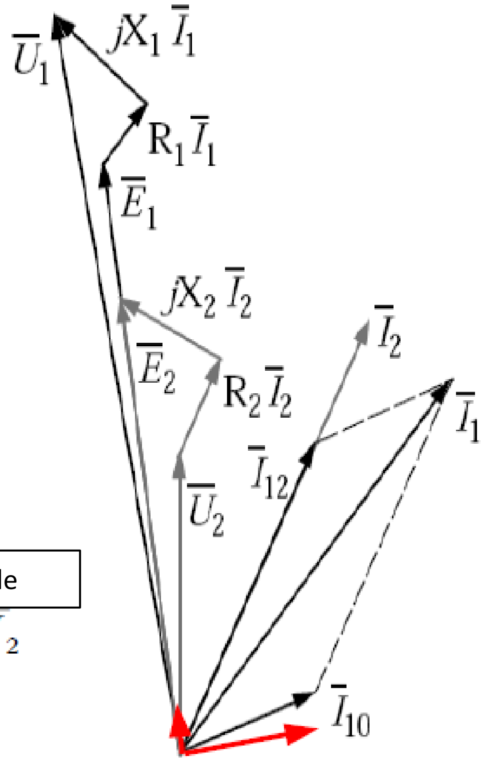
Essendo inoltre queste perdite relative alla corrente che circola negli avvolgimenti, le reattanze equivalenti andranno inserite dove circolano tali correnti.

RESISTENZA ASSOCIATA AGLI AVVOLGIMENTI:

Gli avvolgimenti sono realizzati con un materiale caratterizzato da una certa resistività e quindi vi saranno delle perdite per effetto joule che rappresentiamo inserendo R1 ed R2.

Lo schema elettrico equivalente di un trasformatore reale sarà dunque:





$$\begin{cases} \bar{U}_1 = (R_1 + jX_1)\bar{I}_1 + \bar{E}_1 \\ \bar{U}_2 = \bar{E}_2 - (R_2 + jX_2)\bar{I}_2 \end{cases}$$

Questa equazione(sotto) ci consente di tracciare il diagramma fasoriale

$$\begin{cases} \bar{U}_1 = (R_1 + jX_1)\bar{I}_1 + n\bar{U}_2 + n(R_2 + jX_2)\bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 = \bar{I}_{10} + \frac{1}{n}\bar{I}_2 = \bar{I}_{10} + \bar{I}_{12} \end{cases}$$

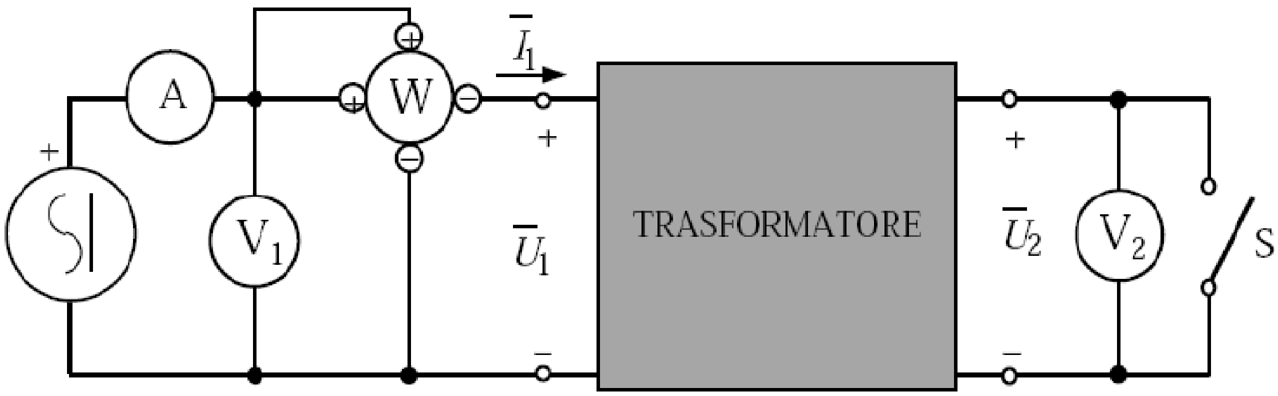
Per disegnare il diagramma fasoriale:

<u>partendo sempre dal secondario,</u> tracciamo U2 a riferimento. I2 sarà sfasata rispetto ad U2 di un certo angolo φ. R2I2 sarà parallelo ad I2 mentre jX2I2 sarà in quadratura e in anticipo con I2. Congiungendo la punta di questo con l'origine otteniamo E2. Se ipotizziamo che il trasformatore si abbassatore, E1 sarà in fase e maggiore di E2 (E1=nE2). Per arrivare a tracciare U1 dobbiamo prima calcolare I1:

questa sarà pari a ma quindi sarà in fase con I2 e in modulo minore. I10 è dato dalla somma di dove I1a è in fase con E1 (bipolo resistivo), mentre I1mu in quadratura e in ritardo con E1(bipolo induttivo). Applicando la regola del parallelogramma tracciamo I1. Nota I1, come fatto per U2, tracciamo R1I1 e Jx1I1, quindi U1 congiungendo con l'origine.

Abbiamo per ora visto tutto a livello teorico ma non abbiamo visto nulla in termini numerici; per valutare questi e quindi determinare i dati di targa di una macchina, si possono effettuano due tipi di prove:

PROVA A VUOTO:

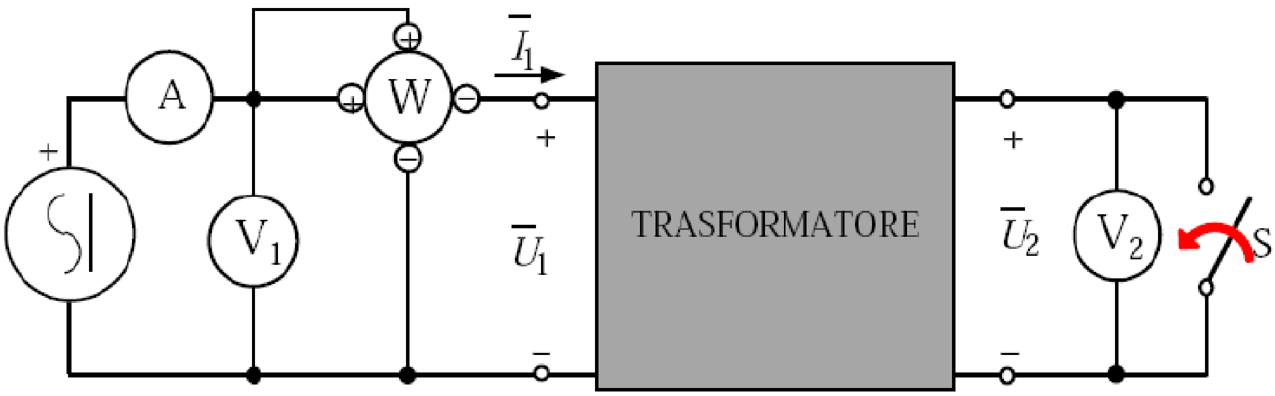


applicando la tensione nominale al primario,U1n, lato secondario avremo U20, tali che U1n=U20.

La corrente a vuoto, I10, dipende dal lato di misura. Se però ne facciamo il valore percentuale rispetto alla tensione nominale, questa risulta essere indipendente dal lato di misura.

La potenza assorbita a vuoto, sarà dovuta alla magnetizzazione ciclica del materiale ferromagnetico e rappresenta la somma delle perdite per isteresi e per correnti parassite nella macchina. Questa non dipende dal lato di misura essendo il fattore di trasporto della potenza unitario. Il relativo dato di targa sarà comunque dato sempre in percentuale.

PROVA DI CORTOCIRCUITO:



nota: non è un cortociruito vera, se fosse così, la macchina esploderebbe durante questa!

Questa prova viene effettuata alimentando uno dei due avvolgimenti aumentando la tensione fino a che la corrente che circola nei due circuiti diventa la corrente nominale. Non è una prova a piena tensione, ma a tensione molto ridotta. La tensione che corrisponde alla corrente nominale è detta tensione di cortocircuito che dipende dal lato di misura. Il suo valore percentuale sempre rispetto a quella nominale, non dipende dal lato di misura.

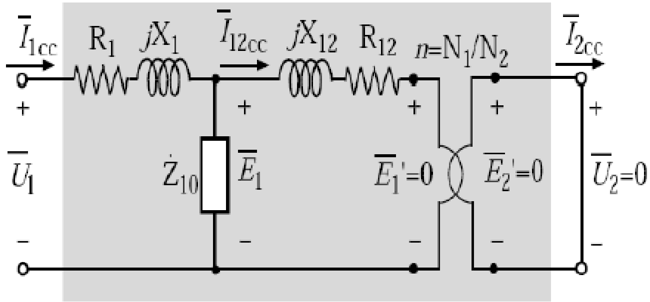
La potenza di cortocircuito non dipende dal lato di misura ma viene comunque data come valore percentuale.

SEMPLIFICAZIONI:

Operando le prove di cortocircuito e vuoto, si verifica che l'impedenza a vuoto della macchina (nel lato di misura!), è molto maggiore dell'impedenza vista nella prova di cortocircuito(nello stesso lato di misura).

Nella prova a vuoto, infatti, I2=0, quindi I12=0. L' impedenza a vuto sarà quindi pari a Zv=U1/I10.

NOTA: operare in circuiti in cui sono presenti dei trasformatori risulta essere piuttosto difficile, per cui se possiamo adottare strategie per semplificare il circuito è bene farlo:



in questo caso ad esempio, osservando che U2=0,sarà anche E2=0 e E1=0 segue che possiamo "trasferire" il cortocircuito prima del trasformatore senza alterare la risposta del circuito. L'impedenza di cortocircuito sarà quindi data dal parallelo di Z10 e Z2, ovvero l'impedenza del secondario riportata al primario. Come detto a questo punto si verifica che Zv>>Zcc.

Questo implica che l'impedenza di magnetizzazione è molto maggiore dell'impedenza serie degli avvolgimenti; questo risulterà essere molto importante perché ci consentirà di effettuare un'importante semplificazione.

(ricordati che dobbiamo chiederglielo)

Verifichiamo quanto abbiamo detto dai dati di targa di un trasformatore:

Ad esempio

TR: $P_{an}=100\,kVA$

$n=10/0.230\,kV$

$U_{cc\%}=4\,\%$

$I_{0\%}=1.3\,\%$

$$I_{1n}=\frac{P_{an}}{U_{1n}}=10\,A$$

$$I_{10}=I_{1n}I_{0\%}=0.13\,A$$

$$Z_v=\frac{U_1}{I_{10}}=76923\,\Omega$$

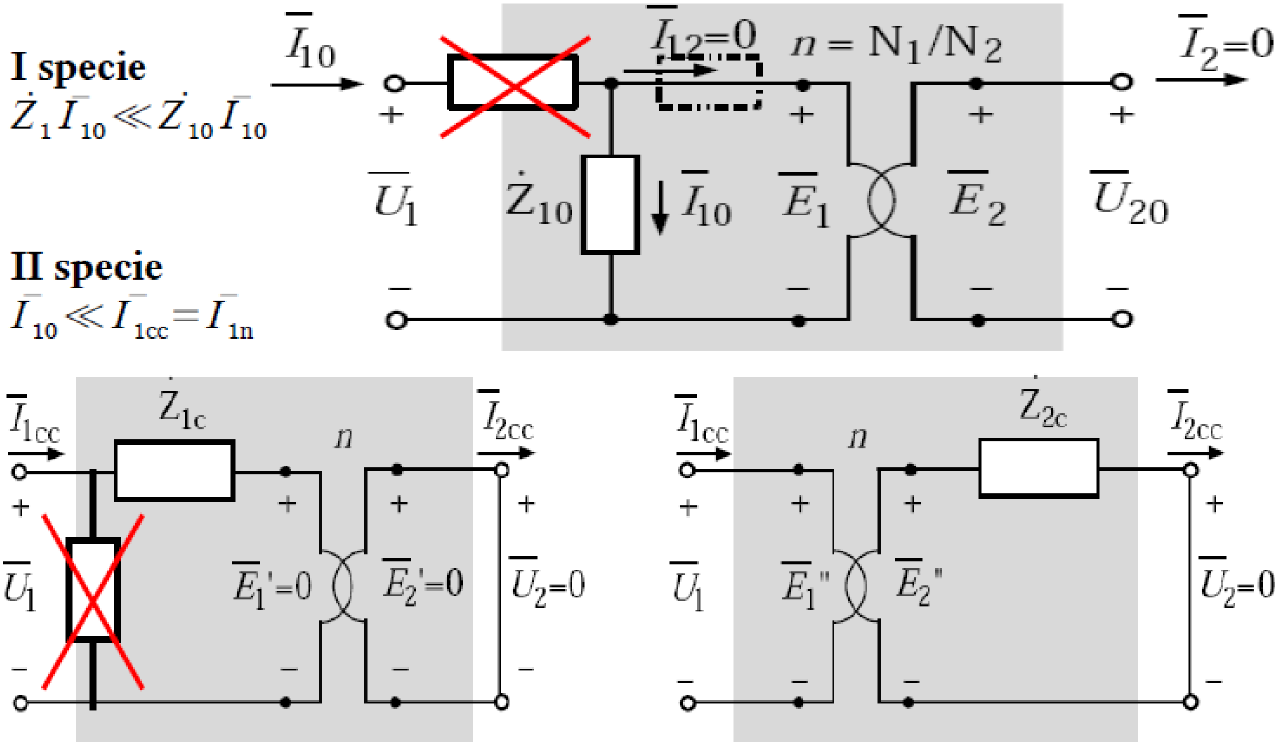
$$U_{1cc}=U_{1n}U_{cc\%}=400\,V$$

$$Z_{cc}=\frac{U_{1cc}}{I_{1n}}=40\,\Omega\ll Z_v$$

In questo rapporto (n) di mette comunque l'unità di misura per vedere in cosa sono misurate le grandezze che compongono il rapporto. In questo caso: U1n=10kV, U2n=0.230kV.

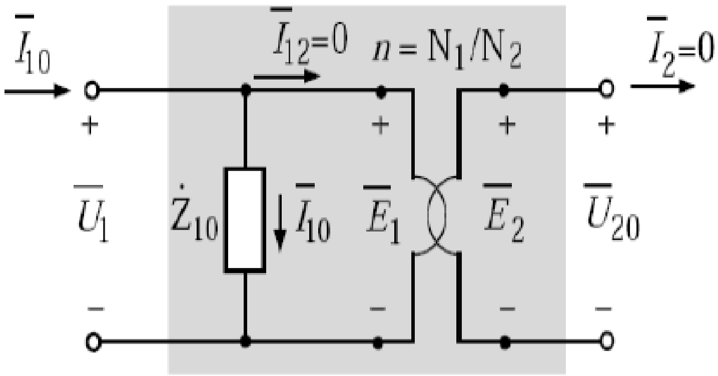
Verificato che Zv>>Zcc, nella condizione di funzionamento a vuoto (o basso carico), possiamo semplificare il circuito considerando solo l'impendenza di magnetizzazione. Analogamente, nel funzionamento in cortocircuito (o carico elevato) possiamo considerare che il funzionamento della macchina sarà quasi esclusivamente influenzato dalle impedenze serie perché nell'impedenza di magnetizzazione circola una corrente molto minore. (capire bene perché).

In questo modo si introducono i circuiti di prima e seconda specie:



Analizzandoli in dettaglio:

prima specie:



I specie

$$P_0 \simeq P_{fe}$$

$$Z_{10} = \frac{U_{1n}}{I_{10}} \qquad \cos\phi_0 = \frac{P_0}{U_{1n} I_{10}}$$

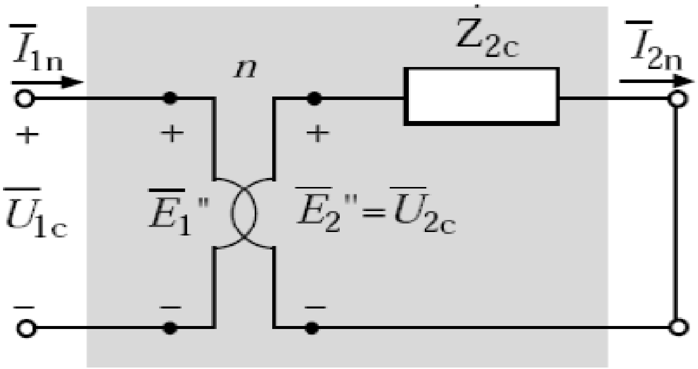
$$Q_0 = \sqrt{(U_{1n}^2 I_{10})^2 - P_0}$$

$$R_{10} = \frac{U_{1n}^2}{P_0} \qquad X_{10} = \frac{U_{1n}^2}{Q_0}$$

per quanto detto, possiamo confondere le perdite a vuoto con le perdite nel ferro, P0=Pfe. Se vale questa approssimazione, valgono i calcoli riportati sopra.

Nota: nota Z10, per come è composta, (parallelo di un impedenza con una reattanza), la potenza attiva assorbita nel funzionamento a vuoto, dobbiamo calcolarla come fatto sopra, non possiamo utilizzare la corrente perché non riusciremmo a calcolare le due componenti, ovvero come questa i ripartisce.

Seconda specie:



II specie

$$P_{cc} \simeq P_{cu} \qquad Z_{2c} = \frac{1}{n^2} Z_{1c}$$

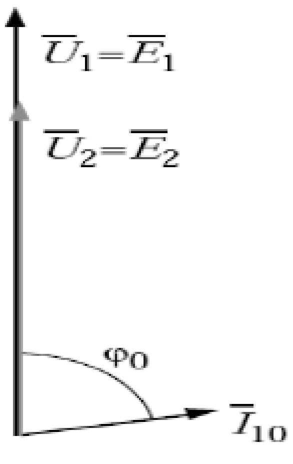
$$Z_{1c} = \frac{U_{1cc}}{I_{1n}} \qquad \cos\phi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{1cc} I_{1n}}$$

$$R_{1c} = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^2} \qquad X_{1c} = \sqrt{Z_{1c}^2 - R_{1c}^2}$$

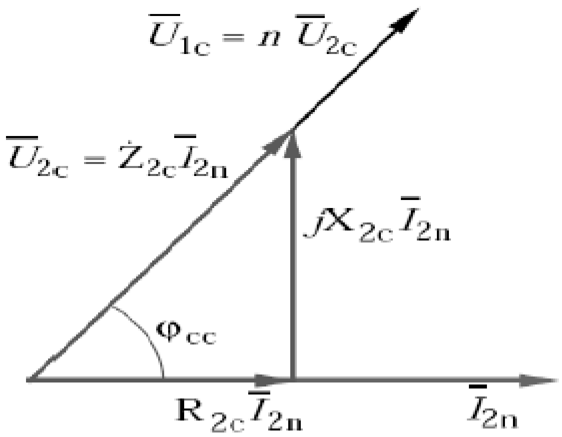
in questo caso, la potenza persa, coincide con quella persa nel rame.

I diagrammi fasoriali associati sono:

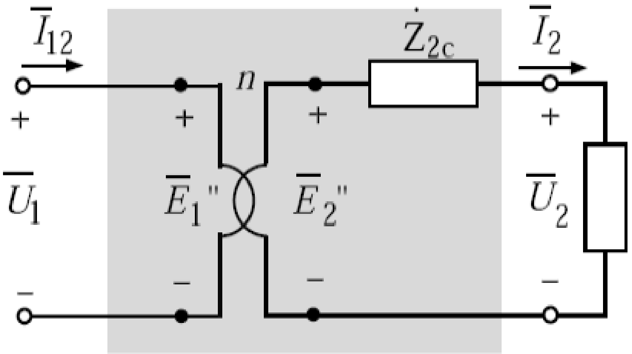
prima specie:

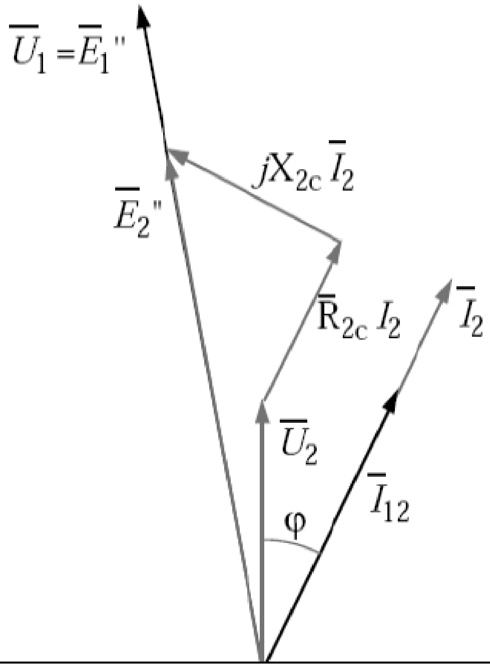


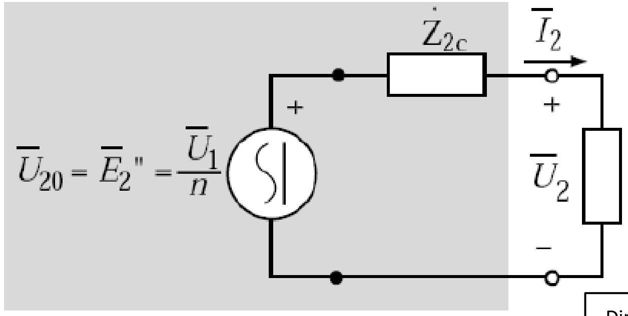
seconda specie:



Funzionamento a carico, circuito equivalente di seconda specie riportato al secondario:







Dire che questo sia un equivalente di thevenin non è proprio corretto, perché l'ipotesi alla base dell'applicazione del TH di Thevenin è che la macchina sia a comportamento lineare, cosa che il trasf. Non rispetta.

CADUTA DI TENSIONE DA VUOTO A CARICO:

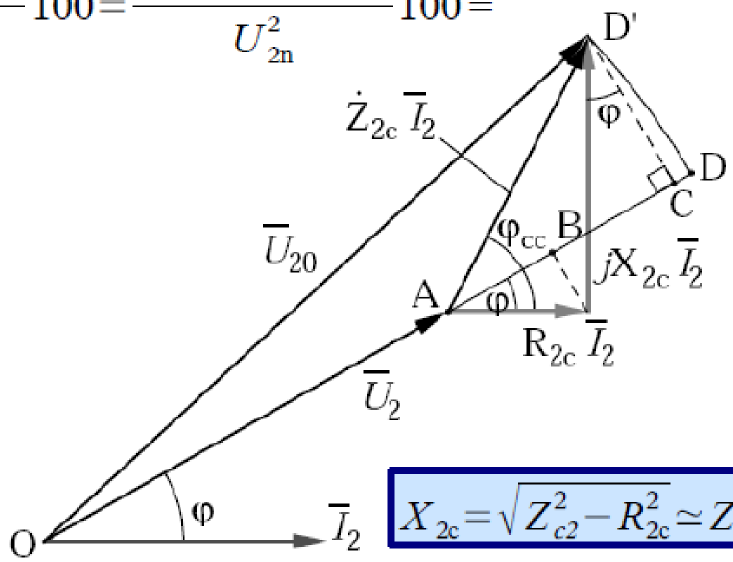
$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2 = \bar{AD} \simeq \bar{AB} + \bar{BC} = I_2 (R_{2c} \cos\phi + X_{2c} \sin\phi)$$

$$\Delta U_{2\%} = \frac{U_{20} - U_2}{U_{2n}} 100 = \frac{I_2 (R_{2c}\cos\phi + X_{2c}\sin\phi)}{U_{2n}} 100 =$$

$$= \frac{U_{2n} I_2 (R_{2c}\cos\phi + X_{2c}\sin\phi)}{U_{2n}^2} 100 = \frac{R_{2c} P_2 + X_{2c} Q_2}{U_{2n}^2} 100 =$$

$$= \frac{\left(\frac{P_{cc}}{I_{2n}^2}\right) P_2 + \left(\frac{U_{2cc}}{I_{2n}}\right) Q_2}{U_{2n}^2} 100 =$$

$$= \frac{\frac{P_{cc}}{U_{2n} I_{2n}} P_2 + \frac{U_{2cc}}{U_{2n}} Q_2}{U_{2n} I_{2n}} 100$$



$$\boxed{\Delta U_{2\%} = \frac{P_{cc\%} P_2 + U_{cc\%} Q_2}{P_n}}$$

$$\boxed{X_{2c} = \sqrt{Z_{c2}^2 - R_{2c}^2} \simeq Z_{c2}}$$

A livello industriale, la caduta di tensione NON E' ZI.

Nelle linee e nei trasformatori, la caduta di tensione, è la differenza dei valori efficaci della tensione a vuoto e a carico del trasformatore. E' quindi uno scalare (non un fasore!).

Per determinarla, dobbiamo quindi effettuare la differenza tra U20 e U2:

Per calcolare U20 noti U2 e I2 ed i parametri dell'impedenza serie al secondario noti dai dati di targa, basta sommare ad U2 la caduta di tensione nel bipolo resistivo R2cI2 a cui andiamo a sommare la componente reattiva dell'impedenza Z2c che sarà in quadratura in anticipo con I2, ovvero JX2cI2. Congiungendo l'origine con la punta di questo otteniamo U20. A questo punto possiamo calcolare la caduta di tensione da vuoto a carico ovvero fare la differenza dei valori efficaci delle due grandezze (differenza delle lunghezze dei vettori). Immaginiamo quindi di ruotare U20 di un angolo δ così che questo sia idealmente allineato con U2. La caduta di tensione sarà quindi la lunghezza del segmento AD. Tuttavia essendo δ nella realtà piccolissimo, possiamo tracciare la perpendicolare individuando C. Se trascuriamo la lunghezza di CD, la caduta di tensione sarà data da AC=AB+BC=

$$I_2(R_{2c}\cos\phi + X_{2c}\sin\phi)$$

Se non abbiamo calcolato R2c e X2c, possiamo esprimere la caduta di tensione in funzione dei soli dati di targa della macchina facendo le operazioni sopra riportate.