1

Prova Scritta di Meccanica Applicata alle Macchine 1

1. Si determini il numero di membri e di coppie cinematiche di un sistema articolato piano avente tre circuiti indipendenti e due gradi di libertà.

2. Tramite diagrammi polari si calcoli la velocità e l'accelerazione del punto M, nell'ipotesi che sia assegnata e costante la velocità angolare della ruota 1 (Figura 1). Il portatreno AB è fisso ed i raggi delle ruote sono rispettivamente R_1 ed R_2.
(Riportare le relazioni vettoriali, i disegni possono essere tracciati in maniera qualitativa, ma devono essere messe in evidenza tutte le relazioni di parallelismo e perpendicolarità.)

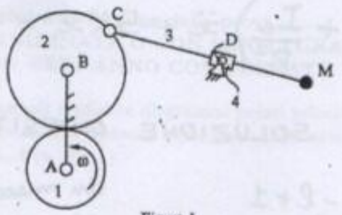
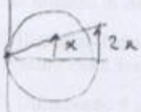
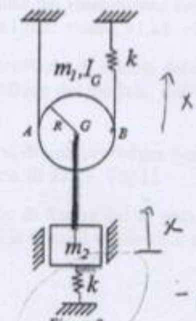


Figura 1

3. Per il sistema illustrato in figura 2, si determini il periodo delle piccole oscillazioni. Si consideri il filo inestensibile e privo di massa, la puleggia di raggio R rotolare senza strisciare lungo il filo. La puleggia ha massa m_1 e momento di inerzia baricentrico I_G. Nel centro della puleggia è vincolata una massa m_2 a cui è consentita la sola traslazione verticale. Due molle, con la medesima costante di rigidezza k, sono applicate rispettivamente tra la puleggia ed il telaio e la massa ed il telaio. Sul sistema agisce la forza peso.





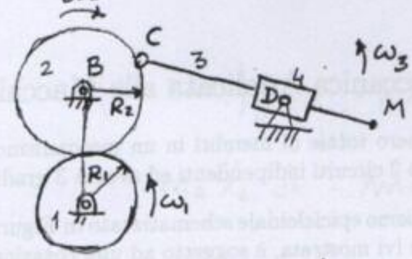
$\uparrow x$ $-2k_x \cdot \delta 2x$

$\uparrow x$

$-Kx \cdot \delta x$

Figura 2

SOLUZIONE QUESITO #2



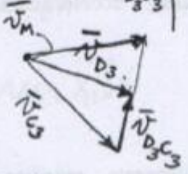
ANALISI VELOCITA'

$\omega_2 = -\frac{R_1}{R_2}\omega_1$ (costante)

$\bar{v}_{D_3} = \bar{v}_{C_3} + \bar{v}_{D_3C_3}$

	MOD.	DIR.
$\bar{v}_{D_3}$	?	$//CM$
$\bar{v}_{C_3}$	$\omega_2 BC$	$\perp BC$
$\bar{v}_{D_3C_3}$	$\omega_3 CD$?	$\perp CD$

$\bar{v}_M = \bar{v}_{C_3} + \bar{\omega}_3 \times \overline{CM}$



$\omega_3 = \frac{v_{D_3C_3}}{CD}$

$\bar{v}_{D_3D_4} = \bar{v}_{D_3}$

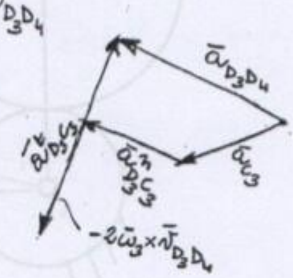
ANALISI ACCELERAZIONI

$\bar{a}_{D_3} = \bar{a}_{C_3} + \bar{a}^n_{D_3C_3} + \bar{a}^t_{D_3C_3}$

$\bar{a}_{D_3} = \cancel{\bar{a}_{D_4}} + \bar{a}_{D_3D_4} + 2\bar{\omega}_3 \times \bar{v}_{D_3D_4}$

$\therefore\ \bar{a}_{D_3D_4} = \bar{a}_{C_3} + \bar{a}^n_{D_3C_3} + \bar{a}^t_{D_3C_3} - 2\bar{\omega}_3 \times \bar{v}_{D_3D_4}$

	MOD.	DIR.
$\bar{a}_{D_3D_4}$	?	$//CD$
$\bar{a}_{C_3}$	$\omega_2^2 CB$	$//CB$
$\bar{a}^n_{D_3C_3}$	$\omega_3^2 DC$	$//CD$
$\bar{a}^t_{D_3C_3}$	$\alpha_3 DC$?	$\perp DC$



$\alpha_3 = \frac{a_{D_3C_3}}{DC}$

$\bar{a}_M = \bar{a}_{C_3} + \omega_3^2\,\overline{MC} + \bar{\alpha}_3 \times \overline{CM}$

24

SOLUZIONE QUESITO #3

SI APPLICA IL PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI

$$-Kx\,\delta x - m_2\ddot{x}\,\delta x - m_1\ddot{x}\,\delta x - I_G\ddot{\theta}\,\delta\theta$$
$$-2Kx\,(2\delta x) - (m_1+m_2)g\,\delta x = 0$$

$$\theta = \frac{x}{R} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{R} \qquad \delta\theta = \frac{\delta x}{R}$$

$$\left(m_1 + m_2 + \frac{I_G}{R^2}\right)\ddot{x} + 5Kx = -(m_1+m_2)g$$

SOLUZIONE QUESITO #1

$$L_{ind} = j - l + 1$$
$$F = 3(l-1) - 2j$$

Un meccanismo è articolato se presenta solo coppie inferiori.

Per $L_{ind} = 3$ ed $F = 2$

si ha $l = 9$ e $j = 11$

2

Prova scritta di Meccanica Applicata alle Macchine - A

Nome Cognome:..matr:...............

Da restituire al termine della prova.
N.B. RISPOSTE DISORDINATE O CON SCRITTURA POCO CHIARA NON VERRANNO CONSIDERATE.

1. (9CFU + 5 CFU) Si calcoli mediante diagrammi polari velocità ed accelerazione del punto M. Sia costante e con verso antiorario la velocità angolare ω dell'asta A_0A (v. Fig.1).

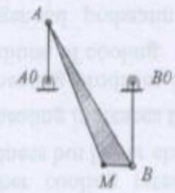


Fig.1

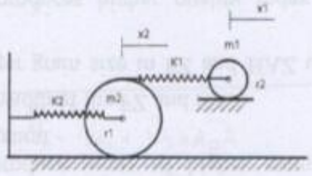


Fig.2

2. (9CFU+5CFU) Si deducano le equazioni del moto del sistema ipotizzando assenza di strisciamento nel rotolamento dei cilindri con il telaio (v. Fig. 2). r1,r2: Raggi, m1,m2: masse, k1,k2: rigidezze.

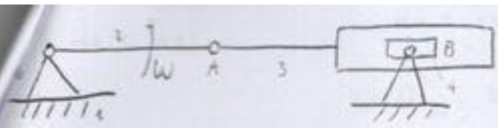
3. (9CFU + 5 CFU) Si deduca l'espressione di calcolo dello strisciamento tra due profili ad evolvente in funzione del modulo, dell'angolo di pressione e del numero di denti.

4. (Solo 9CFU) Illustrare tutte le fasi di una procedura per il calcolo del raggio di curvatura della traiettoria di M (v. Fig.1).

5. (Solo 5CFU) Utilizzando il metodo di Runge del 2° ordine per integrare l'equazione differenziale $\frac{dx}{dt} = 5t^2$, si stimi il valore di x al tempo $t = 0.1$. Sia $x(0) = 1$ e si adotti $\Delta t = 0.1$.

trovo flm
Uso costruzione di Savary e poi equazione

3



$V_{B_3} = 0$

$V_{B_4} = 0 \qquad a_{B_4} = 0$

$\bar{V}_A = \cancel{\bar{V}_{A_0}} + \bar{\omega} \times \overline{A_0A} \qquad \bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_2}$

$\bar{V}_{B_3} = \bar{V}_{A_3} + \bar{V}_{B_3A_3} \qquad \bar{V}_{B_3} = \cancel{\bar{V}_{B_4}} + \bar{V}_{B_3B_4}$

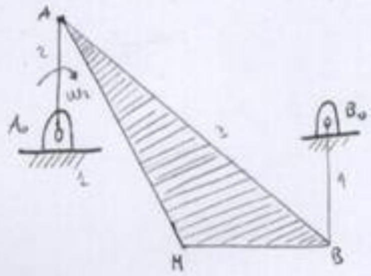
$\bar{V}_{A_3} + \bar{V}_{B_3A_3} = \bar{V}_{B_3B_4}$

	MOD	DIR
V_{A_3}	$\omega \times A_0A$	$\perp A_0A$
$V_{B_3A_3}$	$\omega_3 \times B_3A_3$	$\perp B_3A_3$
$V_{B_3B_4}$		// asse glifo

$\boxed{V_{B_3B_4} = 0}$

$V_{B_3A_3} = V_{A_3}$

$\boxed{\omega_3 = \frac{\omega A_0A}{AB}}$

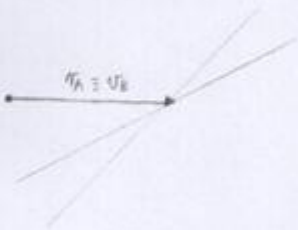


$\bar{V}_A = \bar{V}_{A_0} + \bar{\omega}_2 \times \overline{A_0A} \quad \Rightarrow \quad V_A = \bar{\omega}_2 \times A_0A$

$V_B = \bar{V}_{B_0} + \bar{\omega}_4 \times B_0B \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_B = \bar{\omega}_4 \times B_0B$

$V_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}$

	DIR	MOD
V_B	$\perp B_0B$	$\omega_4 \times B_0B$
V_A	$\perp A_0A$	$\omega_2 \cdot A_0A$
V_{BA}	$\perp BA$	$\omega_3 \cdot \overline{AB}$



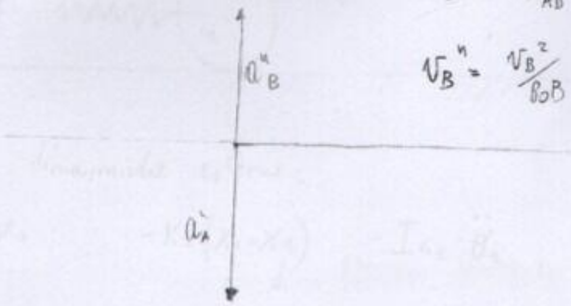
$\bar{V}_M = \bar{V}_A + \bar{V}_{MA} \quad \Rightarrow \quad V_A + \omega_3 \times AM$

$\bar{V}_M = V_B + \bar{V}_{MB} \quad \Rightarrow \quad V_B + \omega_3 \times BM$

4

$= v_A + v_{BA}$

$0 = a^n_{BA} = \frac{v_{BA}^2}{AB} \quad // AB \qquad a^t = \alpha_3 AB \quad \perp AB$



$v_B^n = \frac{v_B^2}{B_0B} \quad // B_0B \qquad a^t = \alpha_4 \cdot B_0B \quad \perp B_0B$

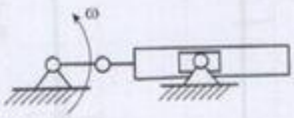
Prova scritta di Meccanica Applicata alle Macchine I - 5 e 9 CFU

Nome Cognome: [redacted] matr: 0178608 9CFU

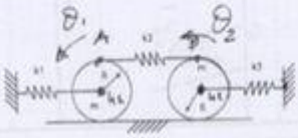
Corso di Laurea: ING. ENERGETICA

N.B. La presente traccia dovrà essere restituita assieme all'elaborato.

1. (9CFU + 5 CFU) Con riferimento al meccanismo di Fig.1, utilizzando il metodo dei diagrammi polari, si calcoli l'accelerazione angolare del glifo. Si assuma $\omega = 1$ rad/s (costante).



2. (9CFU + 5 CFU) Si deducano le equazioni del moto del sistema schematizzato in Fig. 2. Si assuma assenza di strisciamento nel contatto cilindro-telaio.



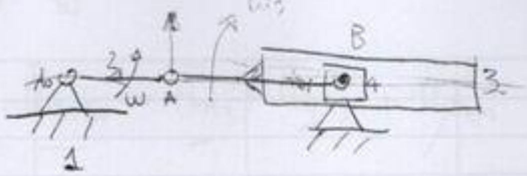
3. (9 CFU) Si dimostri che nei sistemi lineari ad n gradi di libertà sussiste la condizione $\{X_i\}^T [M] \{X_j\}$ con $i \neq j$, $[M]$ matrice delle masse e $\{X_i\}$ i^{mo} autovettore.

4. (9CFU + 5CFU) Dedurre l'equazione di Freudenstein e se ne illustri l'impiego per la sintesi del quadrilatero articolato generatore di funzione.

5. (5 CFU) Per un sistema molla-smorzatore viscoso ad 1 gdl, dedurre l'espressione del calcolo del coefficiente di trasmissibilità delle forze.

6. (5+9 CFU) Dedurre l'espressione del fattore di ricoprimento in una coppia di ruote a denti dritti e profilo ad evolvente in funzione di modulo m, angolo di pressione θ, numero di denti.

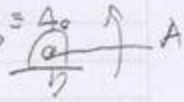
7



$\bar{v}_{B_3} \neq 0$

$\bar{v}_{B_4} = 0$

$\bar{v}_A = \cancel{\bar{v}_{A_0}} + \omega \times \overline{AA_0} \Rightarrow \bar{v}_A = \omega \times \overline{A_0A}$



$\bar{v}_{A_2} = \bar{v}_{A_3}$

$\bar{v}_{B_3} = \bar{v}_{A_3} + \omega_3 \times \overline{A_3B_3}$

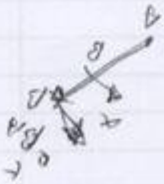
$\bar{v}_{B_3} = \cancel{\bar{v}_{B_4}} + \bar{v}_{B_3B_4}$

$\bar{v}_{B_3B_4} = \bar{v}_{A_3} + \bar{\omega}_3 \times \overline{AB_3}$

$v_{A_3} = \bar{\omega}_3 \times \overline{A_3B_3}$

$\bar{v}_{B_3B_4} = 0$

$\omega_3 = \dfrac{v_{A_3}}{AB}$



~~$\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{A_3} + \bar{a}_{B_3B_3}$~~

$\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{A_3} + \bar{a}_{B_3A_3}$

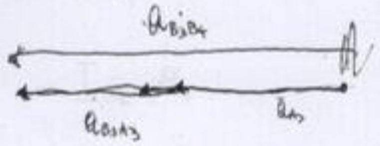
$\bar{a}_{B_3} = \cancel{\bar{a}_{B_4}} + \bar{a}_{B_3B_4} + \bar{a}_{cor}$

$\bar{a}_{cor} = 2\bar{\omega}_{tr} \times \bar{v}_{B_3B_4}$

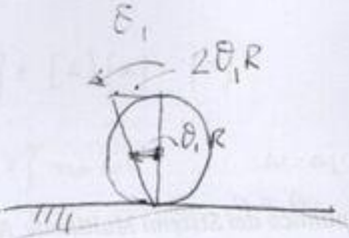
9

$$\bar{a}_{B3B4} = \bar{a}_{A3} + \bar{a}^{n}_{B3A3} + \cancel{\bar{a}^{t}_{B3A3}}$$

	DIR	MOD
a_{B3B4}	// asse glifo	?
$\bar{a}_{A3}$	// $\overline{A_0A}$	v_{A1}^2 / A_0A
a^{n}_{B3A3}	// A_3B_3	v_{B3A3}^2 / B_3A_3
a^{t}_{B3A3}	$\perp A_3B_3$	$\alpha_3 \times \overline{A_3B_3}$?



10



$-K_1(X_{G1})$

$-K_2(X_B - X_A)$

$-K_3(X_{G2})$

$-I_{G1} \cdot \ddot{\theta}_1$

$-I_{G2} \cdot \ddot{\theta}_2$

$-m_1 \ddot{X}_{G1}$

$-m_2 \ddot{X}_{G2}$

$X_{G1} = R \cdot \theta_1 \qquad X_{G2} = R\theta_2 \qquad X_A = 2R\theta_1 \qquad X_B = 2R\theta_2$

$$-K_1(X_{G1}) \cdot \delta X_{G1} - K_2(X_B - X_A)\,\delta(X_B - X_A) - K_3(X_{G2})\,\delta X_{G2}$$

$$-I_{G1}\ddot{\theta}_1 \cdot \delta\theta_1 - I_{G2}\ddot{\theta}_2\,\delta\theta_2 - m_1 \ddot{X}_{G1}\,\delta X_{G1} - m_2 \ddot{X}_{G2}\,\delta X_{G2} = 0$$

$$(\quad A \quad)\,\delta\theta_1 + (\quad B \quad)\,\delta\theta_2 = 0$$

$$A = 0 \qquad B = 0$$

11

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\}$$

$$\{x\} = \{X\} \sin \omega t \qquad \omega = \omega_i \qquad \omega = \omega_j$$

$$[K]^T = [K]$$
$$[m]^T = [m]$$

$$[k]\{X_i\} = \omega_i^2 [m]\{X_i\}$$
$$[K]\{X_j\} = \omega_j^2 \cdot [m]\{X_j\}$$

$$\omega_i \neq \omega_j$$

$\{X$

12

x

Utilizzando il metodo dei diagrammi polari, eseguire l'analisi cinematica del meccanismo articolati schematizzato in Figura 1. I diagrammi dovranno essere tracciati in maniera qualitativa, ma avendo cura di mettere in evidenza le relazioni di parallelismo e perpendicolarità tra segmenti e vettori. Si considerino note i vettori delle velocità v1, v2 e delle accelerazioni a1, a2 dei due pattini.

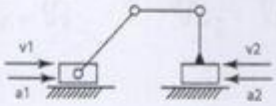


Figure 1: Meccanismo

Dedurre le equazioni differenziali del sistema schematizzato in Figura 2. Si assumano valori dell'angolo θ tali che $\sin\theta \approx \theta$. Sia nota la massa M ed il momento I_G del corpo rispetto all'asse baricentrico per G. Il moto della massa è piano.

Si assumano x e θ quali coordinate generalizzate.

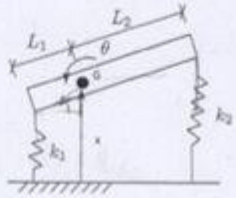


Figure 2: Sistema a 2 d.o.f.

Una massa pari ad $m = 100$ kg, collegata al telaio mediante una molla, presenta, in assenza di smorzamento, un periodo naturale di oscillazione pari a T_n=0.1 s. Aggiungendo un elemento smorzante di tipo viscoso lineare, il suddetto periodo aumenta a 0.105s. Si determini la rigidezza k della molla ed il coefficiente di smorzamento.

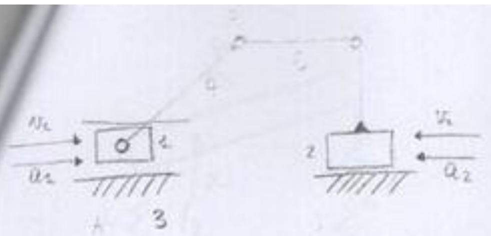
$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$

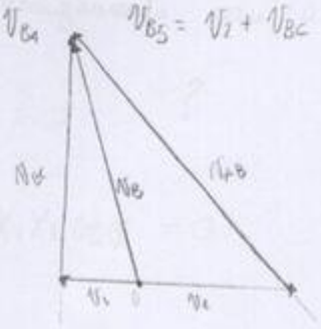
$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

14



$V_B = V_1 + V_{AB}$ $\boxed{V_C = V_2}$ $V_{B_5} = V_{B_4}$ $V_{B_5} = V_2 + V_{BC}$

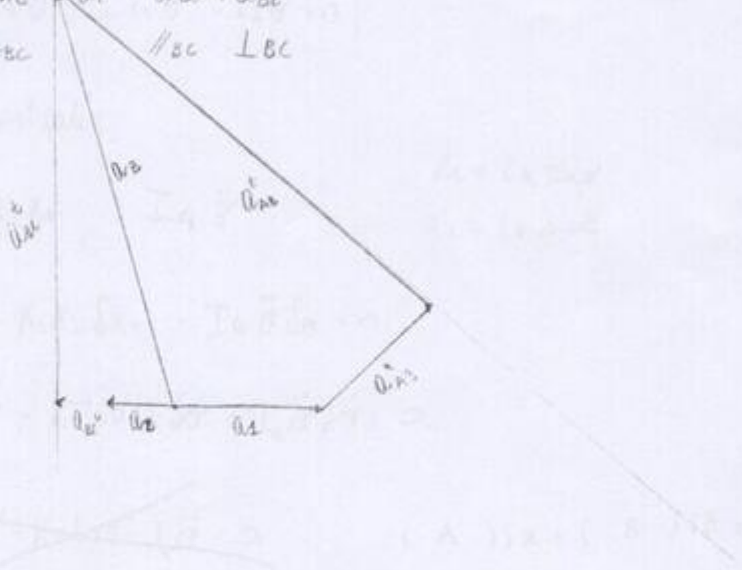


$V_2 + V_{BC} = V_1 + V_{AB}$

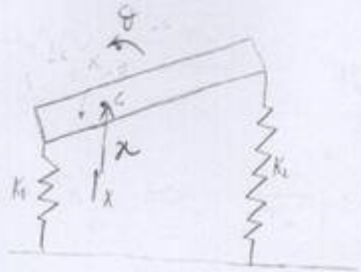
	MOD	DIR
V_1	✓	✓
V_2	✓	✓
V_{BC}	$\perp BC$	✓
V_{AB}	$\perp AB$	✓

$a_B = a_1 + a_{AB}$ $a_B = a_2 + a_{BC}$ $\boxed{a_1 + a_{AB} = a_2 + a_{BC}}$

$$a_1 + \underbrace{a_{AB}^n}_{/\!/AB} + \underbrace{a_{AB}^t}_{\perp BC} = a_2 + \underbrace{a_{BC}^n}_{/\!/BC} + \underbrace{a_{BC}^t}_{\perp BC}$$



15



- trascuriamo forza peso?
- $\cos\theta \cong 1$?
- consideriamo molla a riposo quan[do] allungamento pari a zero?

$x)\quad -K_1 x_1 - K_2 x_2 - M\ddot{x}_G = 0 \qquad ?$

$M_G)\quad -I_G\ddot{\theta} + L_1 K_1 x_1 \cos\theta - L_2 K_2 x_2 \cos\theta = 0$

$x)\quad -K_1 L_1 \theta - K_2 L_2 \theta - M\ddot{x}_G = 0$

$M_G)\quad -I_G\ddot{\theta} + L_1 K_1 L_1 \theta - L_2 K_2 L_2 \theta \cos\theta = 0$

$$\boxed{L_1^2 K_1 \theta - L_2^2 K_2 \theta - I_G\ddot{\theta} = 0}$$

Principio lavori virtuali:

$-K_1 x_1 \qquad -K_2 x_2 \qquad I_G\ddot{\theta}$

$x_1 = L_1 \sin\theta$
$x_2 = L_2 \sin\theta$

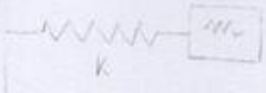
$-K_1 x_1 \delta x_1 - K_2 x_2 \delta x_2 - I_G\ddot{\theta}\delta\theta = 0$

$-K_1 L_1\theta L_1 \cancel{\delta\theta} - K_2 L_2 \theta L_2 \cancel{\delta\theta} - I_G\ddot{\theta}\cancel{\delta\theta} = 0$

$\cancel{-K_1 L_1^2\theta - K_2 L_2^2\theta - I_G\ddot{\theta} = 0}$

$(\quad A \quad)\delta x + (\quad B \quad)\delta\theta = 0$
$A = 0$
$B = 0$

16



$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 62,83$$

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = T_n \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 \cdot m = K \Rightarrow 394.784 \ \frac{Kg}{s^2}$$

$$[K] = \frac{N}{m} = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{1}{m} = \frac{Kg}{s^2}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = 0,205 \ s \qquad \omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} \qquad \xi = \frac{c}{c_{cr}}$$

$$\omega_d = 30,65 \qquad \sqrt{1-\left(\frac{\omega_d}{\omega_n}\right)^2} \ \xi = 0,87 \qquad c_{cr} = 2\omega_n \cdot m = 12566$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{c = 10932,42}$$

17

Prova scritta dell'esame
di
Meccanica Applicata alle Macchine I

1. Mediante diagrammi polari calcolare velocità ed accelerazione del punto M appartenente alla biella del meccanismo schematizzato in Figura 1, nell'ipotesi che sia costante e pari ad ω la velocità angolare della manovella. (N.B. I diagrammi possono essere tracciati in maniera qualitativa, ma evidenziando sempre parallelismi e perpendicolarità).

2. Dedurre le equazioni del moto per il manovellismo di spinta centrato schematizzato in Figura 2, nell'ipotesi che siano trascurabili tutti gli attriti, le masse (ad eccezione di quella m del pattino), costante la rigidezza k. La lunghezza a riposo della molla è pari a d_0. (Utilizzare l'angolo θ quale coordinata). Lunghezza biella=L, lunghezza manovella=L.

3. Dopo averne dedotto le equazioni che lo giustificano, illustrare il metodo della potenza media dissipata per il calcolo della pulsazione propria e del fattore di smorzamento in un sistema vibrante ad 1 g.d.l..

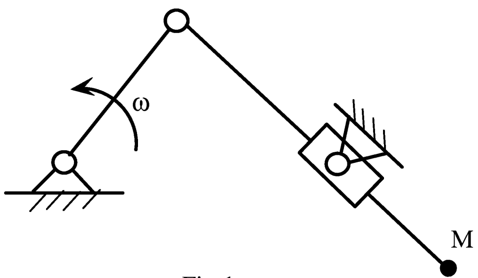


Fig.1

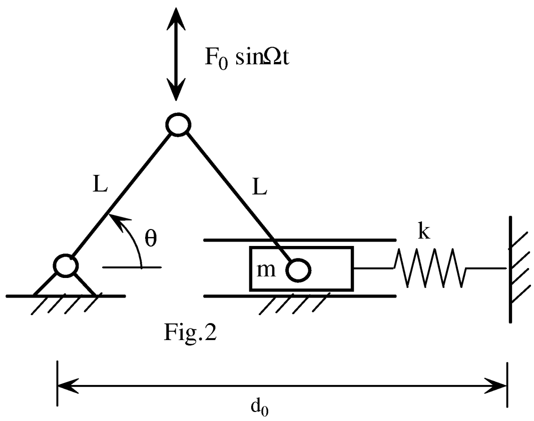
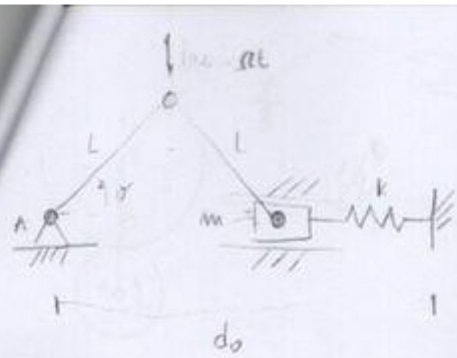


Fig.2



$-k(d_0 - 2L\cos\theta)$

$\sum F = m\ddot{x}$

$-m\ddot{X} \qquad -kX \qquad + F_0 \sin\Omega t \cdot L\sin\theta$

$F_0 \sin\Omega t \, \delta y$

$-kx\,\delta x$

$-m\ddot{x}\,\delta x$

distanza pattino - A

$X = d_0 = 2L\cos\theta \qquad dx = -2L\sin\theta \, d\theta$

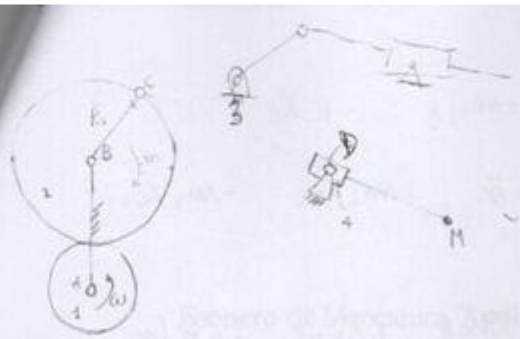
$\dot{X} = -2L\sin\theta\,\dot{\theta} \qquad \ddot{X} = -2L\cos\theta\,\ddot{\theta}$

PLV

$+m\,2L\cos\theta\,\ddot{\theta}\,\delta\theta \;\underline{-\,k\,2L\cos\theta}\,\cancel{\delta\theta} + F_0\sin\Omega t\, L\sin\theta\,\cancel{\delta\theta} = 0$

$(m\ddot{\theta} - k)\,2L\cos\theta - F_0\sin\Omega t\, L\sin\theta = 0$

20



$P_1 \; P_2 \; \omega(\text{cost})$ assegnato

$v_M \quad a_M = ?$

$\bar{v}_{D_3} = \bar{v}_{C_3} + \bar{v}_{D_3C_3}$

$\bar{v}_{D_3} = \bar{v}_{D_4} + \bar{v}_{D_3D_4}$

$\bar{a}_{D_3} = \bar{a}_{C_3} + \bar{a}^n_{D_3C_3} + \bar{a}^t_{D_3C_3}$

$\bar{a}_{D_3} = a_{D_4} \; - \; -$

$v_A = v_B = 0$

$v_C = \omega_2 \times \overline{BC}$ (R_1)

$v_B = v_A + \omega_2 (R_1 + R_2)$

$$\boxed{\omega_2 = -\frac{R_1}{R_2}\omega_1}$$

$\cancel{v_M = v_C + \omega_3 \times \overline{CM}}$

$\cancel{v_M = v_{D_3} + \omega_3 \times \overline{DM}}$ $\perp BC$ $\perp DM$

$\cancel{v_{D_3} = v_{D_{43}}}$ ~~nella corsa glifo~~

$v_{D_3} = v_{C_3} + \omega_3 \times \overline{CD_3}$ $\perp CD_3$

$\omega_3 = \dfrac{v_{D_3C_3}}{C_3D_3}$

ω_3

$\bar{v}_n = \bar{v}_C + \bar{\omega}_3 \times \overline{Cn}$

$\bar{a}_3$ α_3

Mi calcolo $\omega_3 \overline{CM}$ e trovo v_M

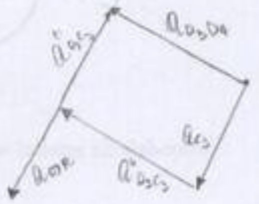
ω è costante $a^t = 0$

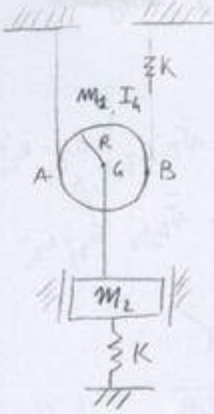
$a_{D_3} = a^n_{C_3} + a^n_{D_3C_3} + a^t_{D_3C_3}$ ✓

$a_{D_3} = \cancel{a_{D_4}} + a_{D_3D_4} + a_{COR}$ $(2\omega_3 \times v_{D_3})$

$a_{D_3D_4} = a_{C_3} + a^n_{D_3C_3} + a^t_{D_3C_3} - 2\omega_3 \times v_{D_3}$

	DIR	MOD
$a_{D_3D_4}$	// asse glifo	?
a_{C_3}	// BC	$\omega_2^2 \overline{BC}$
$a^n_{D_3C_3}$	// D_3C_3	$\omega_3^2 \overline{CD_3}$
$a^t_{D_3C_3}$	$\perp D_3C_3$	$(\alpha_3 \cdot \overline{DC})$?
a_{COR}	$\perp$ velocità relativa ($\perp D_3D_4$)	





$$-(m_1+m_2)g \; : \; -KX_B, \; -KX$$

$$-I_G \cdot \ddot{\theta}, \; -m_1\ddot{X}_{G1}, \; -m_2\ddot{X}_{G2}$$

$$-(m_1+m_2)g\,\delta x - KX_B\,\delta x - I_G\ddot{\theta}\,\delta\theta$$
$$- m_1\ddot{X}_{G1}\,\delta x - m_2\ddot{X}_{G2}\,\delta x = 0$$

$$X = R\theta \qquad \ddot{X} = R\ddot{\theta} \qquad \delta x = R\delta\theta$$

manca il termine della molla sotto m_2

$$-(m_1+m_2)g\cancel{\delta x} - KX_B\delta x - I_G\frac{\ddot{X}}{R}\cdot\frac{\delta x}{R} + KX\delta x = 0$$
$$- m_1\ddot{X}_{G1}\cancel{\delta x} - m_2\ddot{X}_{G2}\cancel{\delta x}$$

$$-\left(m_1+m_2+\frac{I_G}{R^2}\right)\ddot{X} - KX = (m_1+m_2)g$$

22

Primo compito

1. Le equazioni da usare sono:

$$L_{ind} = j - l + 1 \tag{1}$$
$$F = 3(l-1) - 2j \tag{2}$$

   Per $F = 3$, $L_{ind} = 2$ si ha $l = 8$, $j = 9$.

2. Applicando la relazione di Willis si determina innazitutto l'angolo θ_i di rotazione assoluta della ruota. In particolare, tale relazione

$$\frac{\theta_i - \theta_k}{\theta_j - \theta_k} = -\frac{r_1}{r_2} \ , \tag{3}$$

   per $\theta_j = 0$, $\theta_k = 45°$, $r_1 = 3$ e $r_2 = 5$, fornisce $\theta_i = 72°$.

   Le coordinate iniziali e finali del centro della ruota risultano essere $(x_1, y_1) \equiv (0, 8)$, $(x_2, y_2) \equiv (-4\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$. Sono quindi noti tutti gli elementi per calcolare la matrice di spostamento.

   Le coordinate finali di M sono $(-7.202, 0.901)$.

3. Indicati con A ed O i centri delle ruote mobile e fissa, rispettivamente, i diagrammi polari dovranno riferirsi alle seguenti equazioni:

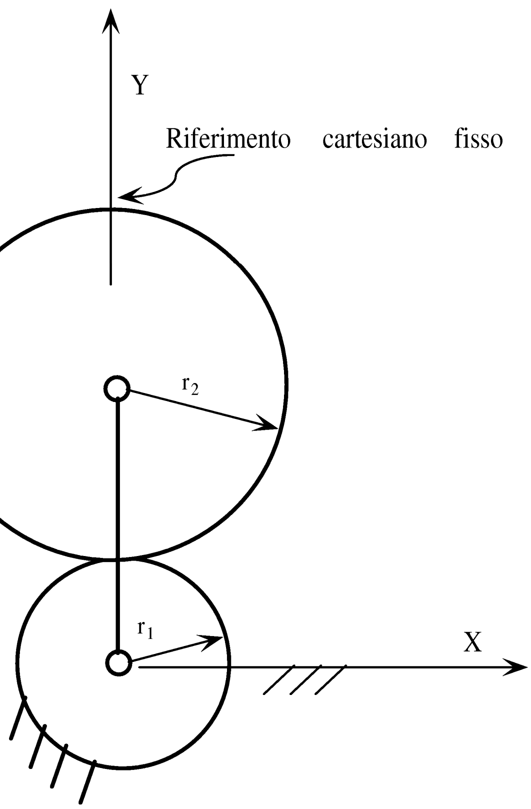
   - $$\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{v}_{MA} \ ,$$
     con $\vec{v}_A = \omega_k \times \vec{OA}$ e $\vec{v}_{MA} = \omega_i \times \vec{AM}$, con
     $$\omega_i = \omega_k \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right)$$
     velocità angolare della ruota.
   - (tenuto conto che la velocità angolare è costante)
     $$\vec{a}_M = \vec{a}^n_A + \vec{a}^n_{MA} \ ,$$
     con $\vec{a}^n_A = \omega_k^2 \vec{AO}$ e $\vec{a}^n_{MA} = \omega_i^2 \vec{MA}$

Esonero di Meccanica Applicata alle Macchine I

1. Determinare il numero totale di membri in un meccanismo articolato piano in cui vi siano 2 circuiti indipendenti ed avente 3 gradi di libertà.

2. Il portatreno del rotismo epicicloidale schematizzato in Figura, a partire dalla configurazione ivi mostrata, è soggetto ad una rotazione assoluta antioraria di 45°. Determinare la matrice che descrive lo spostamento finito della ruota e, **avvalendosi di tale matrice**, le coordinate della posizione finale del punto M. Si assuma r_1=3, r_2=5, $M_1 \equiv (-5, 8)$.

3. Se ω=1 rad/s è la velocità angolare del portatreno, costante ed orientata in verso antiorario, **avvalendosi del metodo dei diagrammi polari** determinare la velocità e l'accelerazione del punto M.

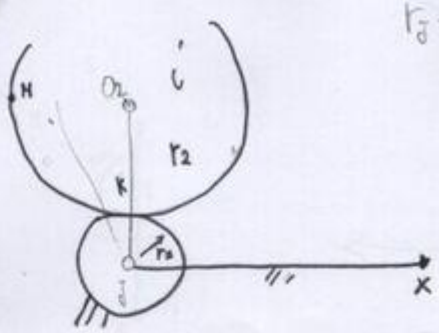


N.B. Consegnare il testo di esame insieme all'elaborato.

ROTAZIONE ASSOLUTA ANTIORARIA $\pi/4$

$r_j = 3 \qquad r_i = 5 \qquad M_1 \equiv (-5, 8)$

$$\frac{\omega_i - \omega_k}{\omega_j - \omega_k} = -\frac{r_j}{r_i}$$



$$\frac{\theta_i - \theta_k}{\theta_j - \theta_k} = -\frac{3}{5} \qquad \frac{\theta_i - 45}{45} = -\frac{3}{5} \Rightarrow \theta_i = 27 + 45 = 72°$$

$\sin\theta_i = 0,95$

$\cos\theta_i = 0,30$

$x = r \cdot \cos\theta = 1,5$

$y = r \sin\theta = 4,75$

$\theta($

$(x_1, y_1) \equiv (0, 8)$

$(x_2, y_2) \equiv (-8\cos 45°, 8 \sin 45°)$

$\theta_{12} = 72° \qquad X_1, Y_1 \equiv (-5, 8)$

$[D_{12}] = [\quad] \qquad \begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ 1 \end{Bmatrix} = [D_{12}] \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ 1 \end{Bmatrix}$

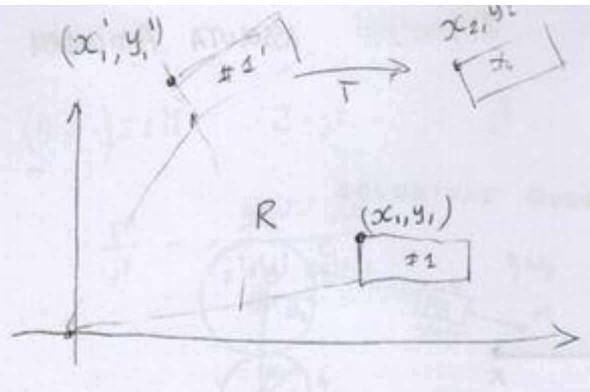
$$\cancel{[0 \; 8] \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} = [-4\sqrt{2} \quad 4\sqrt{2}] = O_2 \text{ finale}}$$

$-5,65 \qquad 5,65$

$X_{M_2} = -5,65 - 1,5 = -7,15 \qquad Y_{M_2} = 5,65 - 4,75 = 0,9$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 72° & -\sin 72° & 0 \\ \sin 72° & \cos 72° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

25



$$[D_{12R}] = \begin{bmatrix} \cos\vartheta_{12} & -\sin\vartheta_{12} & 0 \\ \sin\vartheta_{12} & \cos\vartheta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[D_{12T}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_2 - x_1' \\ 0 & 1 & y_2 - y_1' \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

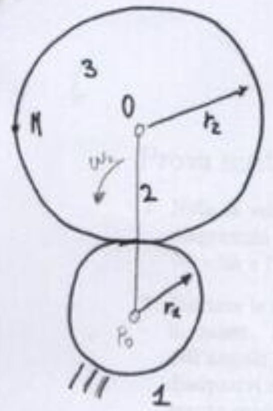
$$\begin{Bmatrix} x_1' \\ y_1 \\ 1 \end{Bmatrix} = [D_{12R}] \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$[D_{12}] = [D_{12T}][D_{12R}]$$

26

$\omega_2 = 1 \text{ rad/s} = \text{cost}$

$$\frac{\omega_3 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = -\frac{r_1}{r_2}$$

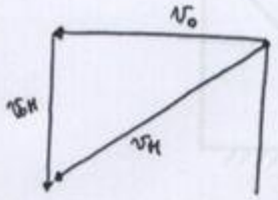


$$\omega_3 = \frac{r_2}{r_2} + \omega_2 = 1{,}6 \text{ rad/s}$$

$$\overline{V}_M = \overline{V}_0 + \overline{\omega}_3 \times \overline{OM} \Rightarrow \underset{\perp P_0O}{\overline{V}_M = \overline{V}_0} + \underset{\perp OM}{\omega_3 r_2}$$

	MOD	LIP
V_0	$\omega_2 \cdot (r_1+r_2)$	$\perp P_0O$
V_{0M}	$\omega_2 r_2$	$\perp \overline{OM}$
V_M	?	

$$\overline{V}_0 = \overline{\omega}_2 \times P_0O$$

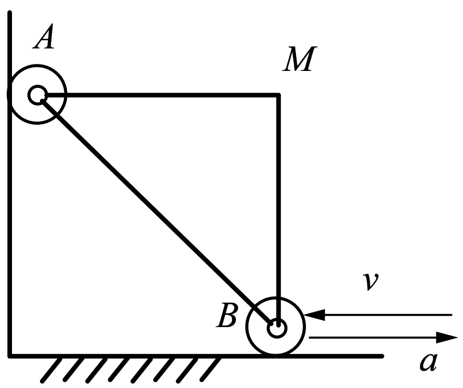


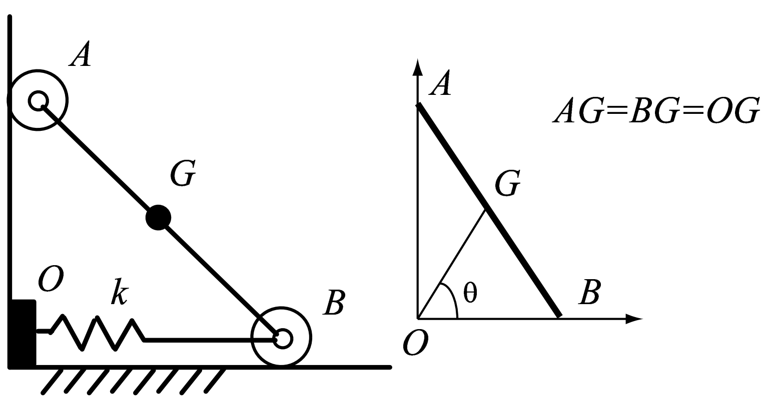
Prova scritta di Meccanica Applicata alle Macchine I

1. Nota la velocità v e l'accelerazione a del punto B, si calcoli, mediante diagrammi polari, per il sistema a doppio pattino di Figura in alto, la velocità e l'accelerazione del punto M.

2. Dedurre le equazioni del moto per il sistema schematizzato nella Figura in basso. Le equazioni del moto devono essere espresse in funzione dell'angolo θ. Siano trascurabili le masse delle ruote e tutti gli effetti dissipativi di energia. Si consideri G quale baricentro dell'asta di biella avente massa m uniformemente distribuita e lunghezza $AB = 2L$.

3. Calcolare il massimo valore dello spostamento assoluto della massa m di un sistema lineare ad 1 g.d.l a <u>base mobile</u>, quest'ultima soggetta ad uno spostamento assoluto $Y = Y_0 \sin \Omega t$. Tra la base mobile e la massa sono interposti uno smorzatore viscoso (coefficiente c) ed un elemento elastico (rigidezza k).





SOLUZIONE PROVA SCRITTA

1) Il punto M è c.i.r., pertanto $v_M = 0$

$\bar{v}_A = \bar{v}_B + \bar{v}_{AB}$ ← Tramite diag. polare si calcolano $\bar{v}_A$, $\bar{v}_{AB}$, ovvero le velocità angolare ω della lamina.

$\bar{a}_A = \bar{a}_B + \bar{a}^n_{AB} + \bar{a}^t_{AB}$ ← Si calcola tramite diag. polare l'accelerazione del punto A

Note le accelerazioni dei punti A e B il calcolo dell'accelerazione di M non presenta difficoltà
$(|\bar{a}_M| = \omega^2 AB)$

2) Applicando il PLV

$$-I_G \ddot{\theta}\,\delta\theta - m\bar{a}_G \cdot \delta \bar{G} - K x_B \delta x_B = 0$$

$$\begin{Bmatrix} x_G \\ y_G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L\cos\theta \\ L\sin\theta \end{Bmatrix} \qquad x_B = 2L\cos\theta \qquad \{\delta \bar{G}\} = \begin{Bmatrix} \delta x_G \\ \delta y_G \end{Bmatrix}$$

$$\{a_G\} = \begin{Bmatrix} -L\sin\theta\,\ddot{\theta} - L\cos\theta\,\dot{\theta}^2 \\ L\cos\theta\,\ddot{\theta} - L\sin\theta\,\dot{\theta}^2 \end{Bmatrix}$$

Sviluppando

$$-I_G \ddot{\theta}\,\delta\theta - mL^2\ddot{\theta}\,\delta\theta - K x_B\,(2L\sin\theta)\,\delta\theta = 0$$

3) ... Dinamica Tecnica e Computazionale, vol. I, p. 14-15, oppure esercizio p. 37

Prova scritta dell'esame
di
Meccanica Applicata alle Macchine I

1. Mediante diagrammi polari calcolare velocità ed accelerazione del punto M appartenente alla biella del meccanismo schematizzato in Figura 1, nell'ipotesi che siano $\vec{v}$ ed $\vec{a}$, rispettivamente, le velocità e l'accelerazione del pattino. (N.B. I diagrammi possono essere tracciati in maniera qualitativa, ma evidenziando sempre parallelismi e perpendicolarità).

2. Dedurre le equazioni del moto del sistema schematizzato in Figura 2. Si ritengano trascurabili tutti gli attriti, le masse (ad eccezione di quelle m_1 ed m_2 dei pattini) e costanti le rigidezze k_1 e k_2. La lunghezza a riposo delle molle è pari a d_0, mentre l'azione della forza peso è trascurabile. Lunghezza biella=$2L$, lunghezza manovella=L. (Utilizzare l'angolo θ quale coordinata)

3. Dedurre la risposta $x(t)$ di un sistema massa-molla-smorzatore viscoso soggetto ad una forza $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ ed alle condizioni iniziali $x(0) = x_0$ e $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$

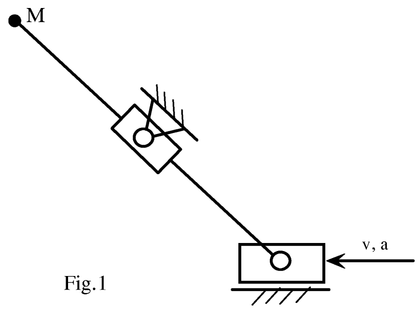


Fig.1

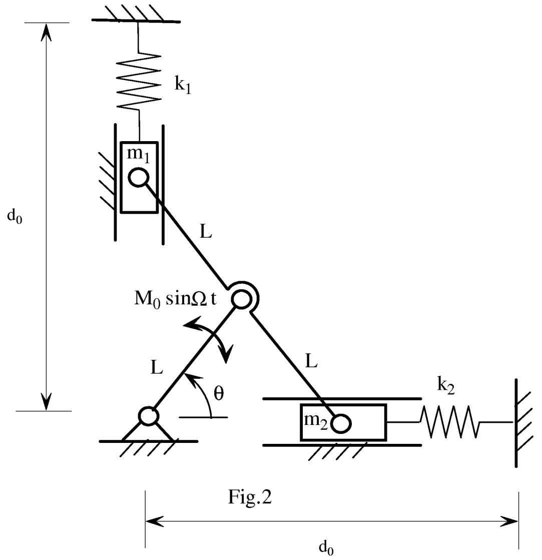


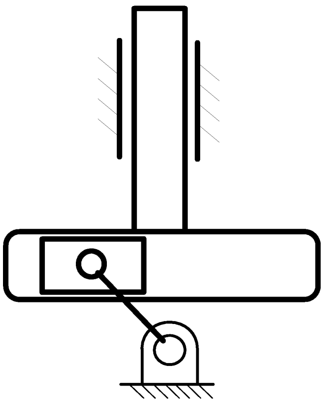
Fig.2

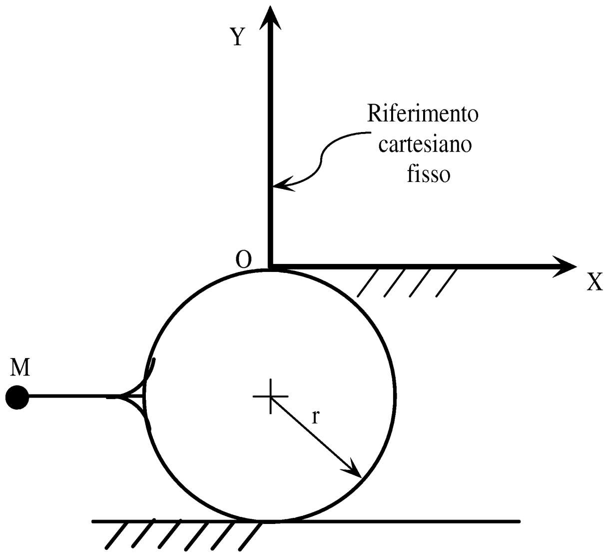
Esonero di Meccanica Applicata alle Macchine I

1. Avvalendosi del metodo matriciale per il calcolo dei gradi di libertà determinare le configurazioni critiche del meccanismo articolato schematizzato in Figura. Si ritenga movente il glifo. **N.B. Qualsiasi risposta NON verrà ritenuta valida in assenza di convincenti argomentazioni algebriche**.

2. La ruota mostrata in Figura rotola senza strisciare su una retta. Determinare la matrice di spostamento del moto finito per una rotazione antioraria di 35° e, **avvalendosi di tale matrice**, le coordinate della posizione finale del punto M. Si assuma r=4, $M_1 \equiv (-8, -4)$.

3. Se ω=2 rad/s è la velocità angolare della ruota, costante ed orientata in verso antiorario, **avvalendosi del metodo dei diagrammi polari** determinare la velocità e l'accelerazione del punto M.





N.B. Consegnare il testo di esame insieme all'elaborato.

Secondo compito

1. Per il meccanismo scotch-yoke, le equazioni di chiusura assumono la forma

$$\psi_1 \equiv r\cos\theta - s = 0 \tag{4}$$
$$\psi_2 \equiv r\sin\theta - h = 0 \tag{5}$$

con θ angolo di manovella, h distanza del centro del pattino dall'asse del moto del glifo ed s posizione lineare del glifo.

Ipotizzando che il glifo sia movente, la matrice Jacobiana sarà

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial\psi_1}{\partial\theta} & \frac{\partial\psi_1}{\partial h} \\ \frac{\partial\psi_2}{\partial\theta} & \frac{\partial\psi_2}{\partial h} \end{bmatrix} .$$

Tale matrice avrà rango pieno per $\theta \neq 0$ e $\theta \neq \pi$. A tali valori degli angoli corrsiponderanno le configurazioni critiche.

2. Le coordinate iniziali e finali del centro A della ruota risultano essere $(x_1, y_1) \equiv (0, -4)$, $(x_2, y_2) \equiv (-2.828, -4)$, mentre $\theta = 45°$ è l'angolo di rotazione della ruota. Sono quindi noti tutti gli elementi per calcolare la matrice di spostamento.

La posizione finale del punto M ha coordinate $(-8.485, -9.657)$

3. Indicati con A ed P il centro della ruota e, rispettivamente, di istantanea rotazione, i diagrammi polari dovranno riferirsi alle seguenti equazioni:

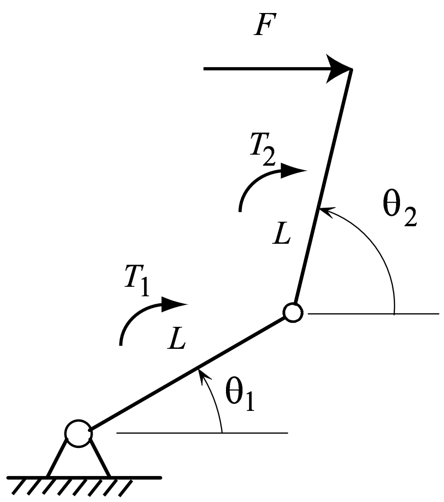
- $$\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{v}_{MA} \ ,$$
  con $\vec{v}_A = \omega \times \vec{PA}$ e $\vec{v}_{MA} = \omega \times \vec{AM}$, con velocità angolare della ruota.
- (tenuto conto che la velocità angolare è costante ed A ha una traiettoria rettilinea)
  $$\vec{a}_M = \vec{a}^n_{MA} \ ,$$
  con $\vec{a}^n_{MA} = \omega^2 \vec{MA}$.

Secondo esonero di Meccanica Applicata alle Macchine I

1. Dedurre l'espressione per il calcolo dell'arco d'azione nelle ruote dentate e spiegare la sua importanza ai fini dell'analisi del funzionamento di una coppia di ingranaggi.

2. Calcolare i valori algebrici delle coppie T_1 e T_2 agenti sulle due aste affinché il sistema schematizzato in Figura si mantenga in equilibrio statico. Si assumano i seguenti valori: L =10 cm, F =100 N, θ_1=0°, θ_2=45°. Nella soluzione del problema si tenga presente che le variazioni $\delta\theta_1$ e $\delta\theta_2$ sono tra loro indipendenti. Pertanto, la condizione $A\delta\theta_1 + B\delta\theta_2 = 0$ implica $A = B = 0$.

3. Definire l'espressione dell'ampiezza massima dell'oscillazione di un sistema lineare ad 1 g.d.l. costituito da massa m, smorzatore viscoso con coefficiente di smorzamneto viscoso c, elemento elastico di rigidezza k. Il sistema è soggetto alla forza armonica $F = F_1 \sin \Omega_1 t + F_2 \cos \Omega_2 t$.

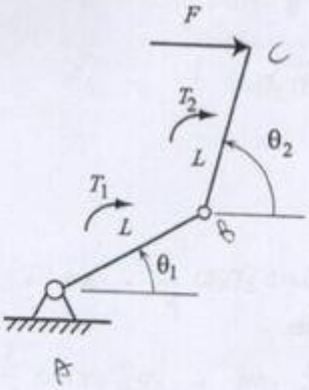


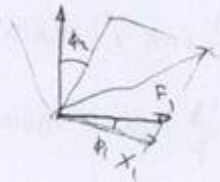
Secondo esonero di Meccanica Applicata alle Macchine I

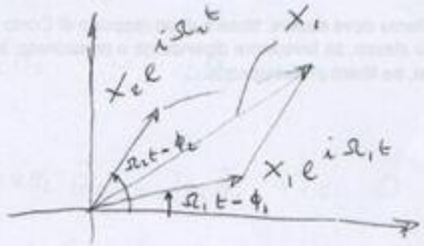
1. Dedurre l'espressione per il calcolo dell'arco d'azione nelle ruote dentate e spiegare la sua importanza ai fini dell'analisi del funzionamento di una coppia di ingranaggi.

2. Calcolare i valori algebrici delle coppie T_1 e T_2 agenti sulle due aste affinché il sistema schematizzato in Figura si mantenga in equilibrio statico. Si assumano i seguenti valori: L =10 cm, F =100 N, θ_1=0°, θ_2=45°. Nella soluzione del problema si tenga presente che le variazioni $\delta\theta_1$ e $\delta\theta_2$ sono tra loro indipendenti. Pertanto, la condizione $A\delta\theta_1 + B\delta\theta_2 = 0$ implica $A = B = 0$.

3. Definire l'espressione dell'ampiezza massima dell'oscillazione di un sistema lineare ad 1 g.d.l. costituito da massa m, smorzatore viscoso con coefficiente di smorzamneto viscoso c, elemento elastico di rigidezza k. Il sistema è soggetto alla forza armonica $F = F_1 \sin \Omega_1 t + F_2 \cos \Omega_2 t$.





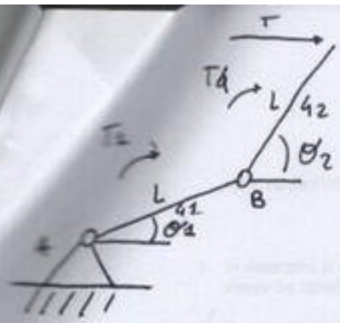


1

34

$\tan\phi = \frac{2\zeta n}{1-n^2}$ $\tan\phi_1 = \frac{2\zeta n_1}{1-n_1^2}$

$\tan\phi_2 = \frac{2\zeta n_2}{\cdot}$



$L = 10\,cm \qquad F = 100\,N$

$\theta_1 = 0° \qquad \theta_2 = 45°$

I) $m_1 \bar{g} \qquad -m_1 \ddot{X}_{G1} \qquad -I_{G1} \cdot \ddot{\theta}_1 \qquad T_1 \cdot$

II) $m_2 \bar{g} \qquad -m_2 \bar{a}_{G2} \qquad -I_{G2} \ddot{\theta}_2 \qquad T_2 \cdot \qquad F \cdot L \sin\theta_2$

$X_{G1} = \frac{L}{2} \cos\theta_1 \qquad X_{G2} = \frac{L}{2} \cdot \cos\theta_2 \qquad \delta x_{G2} = -\frac{L}{2} \sin\theta_2 \, d\theta_2$

$\dot{X}_{G1} = -\frac{L}{2} \sin\theta_1 \dot{\theta} \qquad \dot{X}_{G2} = -\frac{L}{2} \sin\theta_2 \dot{\theta}$

$\ddot{X}_{G1} = -\frac{L}{2} \cos\theta_1 \ddot{\theta} \qquad \ddot{X}_{G2} = -\frac{L}{2} \sin\theta_2 \ddot{\theta}$

APPLICO PLV

$-m_1 \cdot g \frac{L}{2} \sin\theta_1 \delta\theta_1 + m_1 \cdot \frac{L^2}{4} \cos\theta_1 \sin\theta_1 \ddot{\theta}_1 \delta\theta_1 - I_{G1} \ddot{\theta}_1 \delta\theta_1$

$+ T_1 \delta\theta_1 - m_2 g \frac{L}{2} \sin\theta_2 \delta\theta_2 + m_2 \frac{L^2}{4} \cos\theta_2 \sin\theta_2 \ddot{\theta}_2 \delta\theta_2$

$- I_{G2} \ddot{\theta}_2 \delta\theta_2 + FL \sin\theta_2 \cdot \delta\theta_2 + T_2 \delta\theta_2$

$-m_1 g \frac{L}{2} \sin\theta_1 + m_1 \frac{L^2}{4} \cos\theta_1 \sin\theta_1 \ddot{\theta}_1 - I_{G1} \ddot{\theta}_1 + T_1 \quad 0$

$-m_2 g \frac{L}{2} \sin\theta_2 + m_2 \frac{L^2}{4} \cos\theta_2 \sin\theta_2 \ddot{\theta}_2 - I_{G2} \ddot{\theta}_2 + FL \sin\theta_2 + T_2 = 0$

35

Prova scritta di Meccanica Applicata alle Macchine

Nome Cognome: LORENZO CELLUPICA matr: 0177501 CCS: E ☒ M ☐

N.B. La presente traccia dovrà essere restituita assieme all'elaborato.

- Utilizzando i diagrammi polari, eseguire qualitativamente l'analisi cinematica del meccanismo articolato schematizzato in Figura 1.
- (9CFU) Dedurre l'espressione per il calcolo dell'accelerazione di un punto del piano mobile in funzione del diametro δ della circonferenza dei flessi, delle caratteristiche cinematiche e delle coordinate polari del punto.
- Per ciascun membro di quadrilatero articolato, dopo aver sviluppato i diagrammi del free-body, impostare le equazioni della dinamica assumendo che su ciascun membro di massa m_i e momento d'inerzia I_{G_i} agisca la forza esterna F_i, applicata in A_i, $i = 1, 2, 3$. Sia 1 il membro movente, su cui agisce anche la coppia motrice M_m, 2 la biella e 3 il membro cedente su cui agisce anche la coppia utile M_u.
- (5CFU) Illustrare il calcolo delle componenti delle forze scambiate tra due ruote cilindriche per assi paralleli e denti elicoidali.
- Impostare le equazioni per l'analisi cinematica del rotismo schematizzato in Figura 2. È assegnata la velocità angolare Ω_A è da calcolare quella ω_{out}.

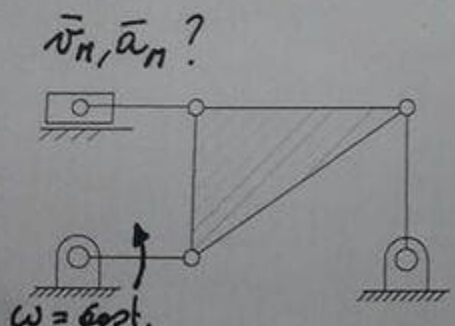


Figura 1

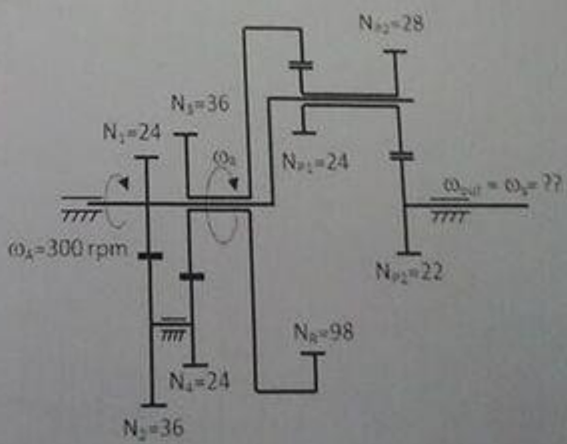


Figura 2

Prova scritta di Meccanica Applicata alle Macchine

Nome Cognome: ANDREA CASETTI matr: 0191207 CCS: E ☒ M ☐

N.B. La presente traccia dovrà essere restituita assieme all'elaborato.

- Per un manovellismo di spinta si ottenga l'espressione approssimata dell'accelerazione del pattino in funzione dell'angolo θ di manovella e del rapporto $\lambda = r/\ell$ (r=lunghezza manovella), ℓ=Lunghezza biella. Esplicitare passaggi algebrici. Trascurare potenze superiori a λ.
- (9CFU) Per il manovellismo di spinta centrato schematizzato in Figura 1, dedurre le equazioni delle polari del moto biella-telaio in forma cartesiana parametrica e si rappresentino graficamente. Biella e manovella hanno la medesima lunghezza.
- Per le ruote dentate ad evolvente ed a denti dritti si deduca l'espressione dello strisciamento tra i profili lungo la linea di ingranamento.
- Nell'ipotesi che il veicolo viaggi ad una velocità v = 100 kmh su un profilo sinusoidale di periodo L = 4m ed altezza h = 10 cm, si determini il coefficiente di trasmissibilità degli spostamenti per m=400 kg. Discutere la variazione di tale coefficiente per m =1200 kg. Si assuma k =400 kN/m quale rigidezza e ζ = 0.4 il fattore di smorzamento (v.Figura 2)
- (5CFU) Si deduca in condizioni di regime la massima elongazione della molla nel sistema schematizzato in Figura 3. Assenza dei strisciamento ruota-terreno.

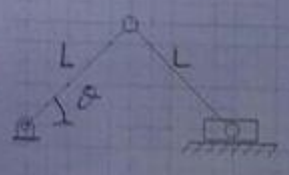


Fig.1

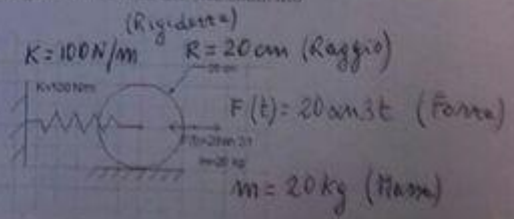


Fig.3

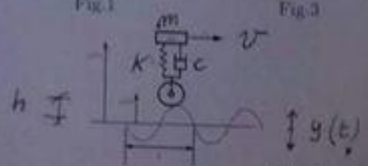


Fig.2

3. Dedurre la risposta $x(t)$ di un sistema massa-molla-smorzato
soggetto ad una forza $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ ed alle condizioni iniziali
e $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$

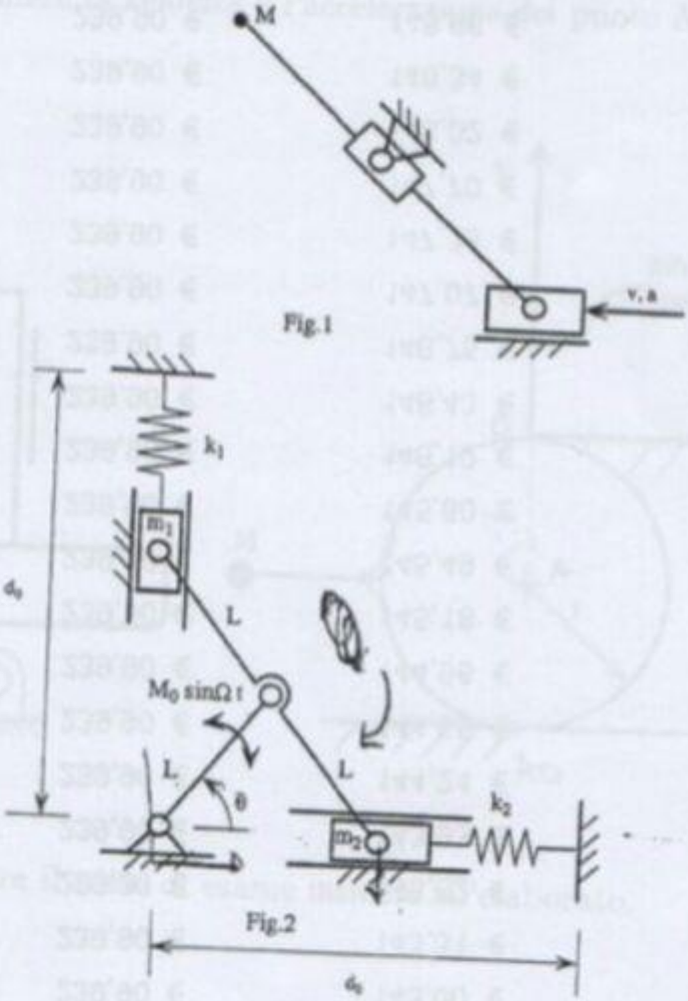


Fig.1

Fig.2